Schulmathematik vom höheren Standpunkt aus (SS 2011)

1. Übungsblatt

Aufgabe 1.
Es sei $\mathbb{R}^n$ der Vektorraum aller reellen n-Tupel mit dem kanonischen Skalarprodukt $\langle x, y\rangle = x^T \cdot y$ versehen. Bestimmen Sie die folgenden Längen und Winkel:

(a) $\angle AOB$ in $\mathbb{R}^2$, wobei
- $A = (\sqrt{3}, 1)^T,\ O = (0,0)^T,\ B = (1, \sqrt{3})^T$, sowie
- $A = (2,3)^T,\ O = (1,1)^T,\ B = (-4, 7/2)^T$.

(b) Die Länge der Strecken $\overline{PQ}$ in $\mathbb{R}^2$, wobei
- $P = (1,2)^T,\ Q = (4,6)^T$, sowie
- $P = (\sqrt{11}, \sqrt{5})^T,\ Q = (0,0)^T$.

(c) $\angle AOB$ in $\mathbb{R}^4$, wobei
$A = (2,1,-1.-1)^T,\ B = (4,-2,3,-2)^T,\ O = (1,0,0,0)^T$.

(d) Den Winkel zwischen der Gerade $\mathbb{R} \cdot (1,1,-1)^T$ und der Ebene $E := \mathbb{R} \cdot (1,-1,0)^T + \mathbb{R} \cdot (0,1,-1)^T$ in $\mathbb{R}^3$.

Aufgabe 2.
Es sei $\mathbb{R}^2$ mit dem kanonischen Skalarprodukt versehen.

(a) Beschreiben Sie eine Drehung um $\pi/4$ gegen den Uhrzeigersinn jeweils um den Punkt $O = (0,0)^T$ und um den Punkt $O' = (0,3)^T$ durch entsprechende affine Transformationen von $\mathbb{R}^2$.

(b) Es seien S, S' zwei orthogonale Spiegelungen jeweils an den Geraden $\ell = \mathbb{R} \cdot (-2,2)^T$ und $\ell' = \mathbb{R} \cdot (-1, 1+\sqrt{2})^T$. Geben Sie die beschreibenden Matrizen von $S \circ S'$ sowie $S' \circ S$ an. Berechnen Sie ferner den Winkel ψ zwischen den Geraden ℓ und ℓ'. Gibt es einen Zusammenhang zwischen ψ und $S \circ S'$?

(c) Es sei $T_v : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ eine Translation mit $v \neq 0$. Für welche lineare Abbildungen $L : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ ist $\Psi := L \circ T_v \circ L^{-1}$ wieder eine Translation?

Bitte bearbeiten Sie diese Übungsaufgaben bis zu der Übungsstunde am 19.04.2011.