

## Schulmathematik vom höheren Standpunkt aus 7. Übungsblatt

### Aufgabe 22.

Zeigen Sie: Enthält eine Untergruppe  $G \subset \mathbf{B}(\mathbb{R}^2)$  zwei Drehungen  $D_\phi(P)$ ,  $D_\theta(Q)$  um zwei verschiedene Punkte  $P, Q$ , so enthält  $G$  auch nichttriviale Translationen.

### Aufgabe 22.

Es sei  $G \subset \mathbf{B}(\mathbb{R}^2)$  eine diskrete Untergruppe mit  $\mathbf{T}_G = \mathbb{Z}v$ ,  $v \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ , und  $\text{pr} : \mathbf{B}(\mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbf{B}(\mathbb{R}^2)$  die Abbildung  $\psi \mapsto T_{-\psi(0)} \circ \psi$ .

- Zeigen Sie, dass  $\psi$  ein Gruppenhomomorphismus mit  $\text{pr} \circ \text{pr} = \text{id}$  ist. Ferner gilt  $\text{pr}(\mathbf{B}(\mathbb{R}^2)) = \mathbf{O}(2)$ .
- Gibt es in  $\overline{G} = \text{pr}(G)$  eine Drehung  $D_\pi$ , so enthält  $G$  eine Drehung  $D_\pi(P)$  um den gleichen Winkel mit Rotationsmittelpunkt  $P \in \mathbb{R}^2$ .
- Gibt es in  $\overline{G} = \text{pr}(G)$  eine Spiegelung  $S_{\mathbb{R}v}$ , so enthält  $G$  entweder eine Spiegelung an einer zu  $\mathbb{R}v$  parallelen Gerade oder eine Gleitspiegelung  $T_u \circ S_{\mathbb{R}v}$ . Was sind die möglichen Werte für  $u$ ?

### Aufgabe 24.

Es sei  $(G, \bullet)$  eine Gruppe, in der  $g^2 = e$  für jedes  $g \in G$  gilt, so gibt es einen Gruppenisomorphismus  $G \rightarrow \mathbb{Z}_2 \times \cdots \times \mathbb{Z}_2 = \mathbb{Z}_2^k$ . Insbesondere ist die Ordnung von jeder solchen Gruppe  $G$  eine Potenz von 2.  
*Hinweis.* Versuchen Sie auf  $G$  eine geeignete Vektorraumstruktur zu konstruieren.

### Aufgabe 25.

Konstruieren Sie aus hinreichend stabilem Papier

- ein Tetraeder,
- einen Würfel,
- ein Dodekaeder und/oder ein Ikosaeder

und bringen Sie sie zu den nächsten Vorlesungen und Übungen mit.

*Bitte bearbeiten Sie diese Übungsaufgaben bis zur nächsten Übungsstunde am 7.06.2011, Aufgabe 25 möglichst bald.*