Zu Aufgabe 27b. Die Abbildung $-\mathrm{Id}$ ist eine Isometrie eines um den Nullpunkt zentrierten Würfels W und damit $-\mathrm{Id} \in \mathrm{Isom}(W)$. Aus dem Klassifikationssatz 1.7.1 folgt dann, dass $\mathcal{O}_h = \mathrm{Isom}(W) = \mathrm{Isom}(W)_{SO} \cup (-\mathrm{Id})\mathrm{Isom}(W)_{SO}$. Da $-\mathrm{Id}$ mit jedem Element kommutiert, gilt $\mathrm{Isom}(W)_{SO} \times \langle -\mathrm{Id} \rangle$. Da bereits im Teil (a) gezeigt wurde, dass $\mathrm{Isom}(W)_{SO} = \mathcal{O} \cong \mathfrak{S}_4$, so folgern wir schließlich: .

$$\mathrm{Isom}(W) \cong \mathfrak{S}_4 \times \mathbb{Z}_2$$

Zu Aufgabe 28. Jedes Element $g \in \mathrm{O}(3) \setminus \mathrm{SO}(3)$ definiert eine zyklische Untergruppe $\langle g \rangle$, die nicht in SO(3) enthalten ist. Die Elemente in $\mathrm{O}(3) \setminus \mathrm{SO}(3)$ sind entweder reine Spiegelungen oder Drehspiegelungen. Die Ordnung solcher Elemente ist immer gerade (2 für Spiegelungen und $2k$ für Drehspiegelungen) Eine zyklische Untergruppe ungerader Ordnung kann also nur eine Untergruppe von SO(3) sein, erzeugt von einer Drehung D, Falls $|\langle D \rangle| = 9$ so ist ein Erzeuger dieser Gruppe D eine Drehung mit beliebiger Achse um den Winkel $2\pi/9$.