Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dr. Michael Wiemeler

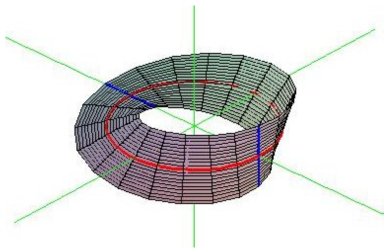
Differentialgeometrie — **Fachrichtung Geodäsie**

Übungsblatt 8 — **Wintersemester 2012/13**

Aufgabe 1. Möbiusband. **(4 Punkte)**

Gegeben sei die als *Möbiusband* bekannte Fläche mit der Parametrisierung

$$\begin{aligned} x : \mathbb{R} \times (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) &\to \mathbb{R}^3, \\ (u^1, u^2) &\mapsto (\cos u^1 + u^2 \sin \frac{u^1}{2} \cos u^1, \sin u^1 + u^2 \sin \frac{u^1}{2} \sin u^1, u^2 \cos \frac{u^1}{2}) \, . \end{aligned}$$



(a) Berechnen Sie in jedem Punkt der Fläche den Vektor $n := x_{u^1} \times x_{u^2}$.

(b) Zeigen Sie, dass $x(u^1 + 2\pi, 0) = x(u^1, 0)$ und $n(u^1 + 2\pi, 0) = -n(u^1, 0) \quad \forall u^1 \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2. Gaußsches begleitendes Dreibein. **(4 Punkte)**

Skizzieren Sie die durch die Gleichung $$x_1^2 + x_2^2 = x_3^2$$

definierte Fläche und geben Sie eine Parametrisierung an. Bestimmen Sie ein Gaußsches begleitendes Dreibein in allen regulären Punkten der Fläche. Wo ist die Fläche nicht regulär?

Aufgabe 3. Helikoid. **(4 Punkte)**

Gegeben sei ein Helikoid mit der Parametrisierung

$$x : \mathbb{R} \times [0, \infty[\to \mathbb{R}^3, \quad (u^1, u^2) \mapsto (u^2 \cdot \cos u^1, u^2 \cdot \sin u^1, u^1).$$

(a) Bestimmen Sie die erste Fundamentalform von x in allen regulären Punkten der Fläche.

(b) Auf dem Helikoid sei die Flächenkurve

$$c : [1, 2] \to \mathbb{R}^3 \quad c(t) = x(u^1(t), u^2(t))$$

mit

$$u^1(t) = \cosh t \qquad \text{und} \qquad u^2(t) = \sinh t$$

gegeben. Berechenen Sie die Länge von c.

(c) Bestimmen Sie in jedem Punkt von c den Kosinus des Winkels zwischen c und den u^1- und u^2-Paramenterlinien von x.

Abgabe der Lösungen bis **Donnerstag**, den 13.12.2012 in der Übung.