Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Algebra und Geometrie
HDoz. Dr. Oliver Baues
Dr. Florian Nisbach

5. 7. 2012

Geometrische Gruppentheorie II – Übungsblatt 11

Aufgabe 1

a) Zeige: Der Deformationsraum Euklidisch flacher Strukturen auf $T^2 = \mathbb{R}^2 / Z^2$ steht über die Holonomie-Abbildung in natürlicher Bijektion mit $\mathbb{R}_{>0} \times \mathbb{H}^2$.

b) Bestimme den Modulraum als Quotienten des Deformationsraumes.

Aufgabe 2

Es sei (X, d) ein lokalkompakter vollständiger metrischer Raum. Es sei $\mathfrak{A} := \{A \subseteq X \mid A \text{ abgeschlossen}\}$ und

$$d_H \colon \mathfrak{A} \times \mathfrak{A} \to \mathbb{R} \cup \{\infty\},\ (A, A') \mapsto \inf\{r \in \mathbb{R} \mid A' \subseteq B_r(A),\ A \subseteq B_r(A')\},$$

wobei $B_r(A) := \bigcup_{a \in A} B_r(a)$.

a) Zeige: Ist X kompakt, dann ist $(\mathfrak{A}, d_H)$ ein metrischer Raum. d_H heißt dann *Hausdorff-Metrik*.

b) Sei nun X nicht notwendigerweise kompakt, $A \in \mathfrak{A}$, $K \subseteq X$ eine kompakte Teilmenge und $\epsilon > 0$. Definiere $\mathcal{N}_{K,\epsilon} := \{B \in \mathfrak{A} \mid d_H(A \cap K, B \cap K) < \epsilon\}$. Zeige, dass die $\mathcal{N}_{K,\epsilon}$ die Basis einer kompakten Topologie auf $\mathcal{A}$ definieren.

c) Sei nun $X = G$ eine Liegruppe. Zeige, dass die Menge der abgeschlossen Untergruppen von G eine abgeschlossene Teilmenge von $\mathfrak{A}$ ist.

Abgabe würde mich weiterhin freuen…