Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Algebra und Geometrie
HDoz. Dr. Oliver Baues
Dr. Florian Nisbach

6. 6. 2012

Geometrische Gruppentheorie II – Übungsblatt 8

Aufgabe 1

Es sei M eine Riemannsche Mannigfaltigkeit, dann bezeichnen wir ihr Einheits-Tangentialbündel mit T^1M.

a) Zeige: Ist M zweidimensional, und operiert eine Liegruppe G transitiv, treu und analytisch durch Isometrien auf M, sodass für ein x gilt $G_x \cong \mathrm{SO}(2)$, dann gilt $T^1M \cong G$, und die Projektion $T^1M \to M$ ist durch die Abbildung $G \to M$, $g \mapsto gx$ gegeben.

b) Bestimme die Einheits-Tangentialbündel von $\mathbb{H}^2$, S^2 und $\mathbb{E}^2$.

c) Modelliere $T^1\,\mathbb{H}^2$, T^1S^2 und $T^1\mathbb{E}^2$ jeweils als X/Γ mit einer passenden Modellgeometrie (X, G) und einer passenden diskreten Untergruppe $\Gamma \subseteq G$.

Aufgabe 2

Es sei G eine Liegruppe.

a) Zeige, dass die linksinvarianten Vektorfelder auf G als $\mathbb{R}$-Vektorraum isomorph zu T_eG sind.

b) Zeige, dass die linksinvarianten Riemannschen Metriken auf G bijektiv den Skalarprodukten auf T_eG entsprechen.

c) Es sei nun $G = H_3(\mathbb{R})$ und G' die Isometriegruppe der Nil-Geometrie. Finde eine unter G' invariante Riemannsche Metrik auf G.

Abgabe würde mich weiterhin freuen…