

Lineare Algebra I für die Fachrichtung Informatik Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (P)

Gegeben seien die Mengen A, B und C sowie Abbildungen $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ und $h : A \rightarrow A$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussagen:

- $g \circ f$ ist bijektiv $\implies f$ und g sind bijektiv.
- f ist injektiv und g ist surjektiv $\implies g \circ f$ ist surjektiv.
- $h \circ h = \text{id}_A \implies h$ ist bijektiv.

Aufgabe 2 (P)

- Auf der Menge $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sei eine Relation \sim gegeben durch

$$(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) :\iff x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2.$$

Zeigen Sie, dass \sim eine Äquivalenzrelation ist und skizzieren Sie die Äquivalenzklasse von $(-1, 2)$.

- Für eine natürlich Zahl n und $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ gelte $a \equiv b \pmod{n}$ und $c \equiv d \pmod{n}$. Zeigen Sie:
 - $a + c \equiv b + d \pmod{n}$,
 - $a - c \equiv b - d \pmod{n}$,
 - $a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{n}$.

Aufgabe 3

Es seien A und B Mengen und $f : A \rightarrow B$ eine Abbildung. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Eigenschaften:

- f ist injektiv.
- Für alle $X, Y \subset A$ gilt: $f(X \cap Y) = f(X) \cap f(Y)$.
- Für alle $X \subset Y \subset A$ gilt: $f(Y \setminus X) = f(Y) \setminus f(X)$.

Abgabe der Lösungen bis zum 7.11.2016 um 12 Uhr in den entsprechenden **gelben Briefkasten Ihres Tutoriums im Atrium des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30)**. Bitte **heften Sie Ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** auf jedem Blatt. Jede (P)-Aufgabe wird mit **maximal 6 Punkten** bewertet.