Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Sommersemester 2017
Prof. Dr. Enrico Leuzinger
Dr. Moritz Gruber
M. Sc. Julia Heller

Lineare Algebra II
Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (P)

Es sei $\alpha \in \mathbb{R}$. Im Vektorraum $\mathbb{R}^3$ sei Φ_α der Endomorphismus mit Abbildungsmatrix

$$A_\alpha := \begin{pmatrix} 2-\alpha & 2-3\alpha & -\alpha \\ \alpha & 3\alpha & \alpha \\ 0 & 1-\alpha & 2 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Standardbasis.

a) Bestimmen Sie die Menge aller $\alpha \in \mathbb{R}$, für die Φ_α diagonalisierbar ist.

b) Berechnen Sie für Φ_0 eine Basis aus Eigenvektoren.

c) Bestimmen Sie eine Matrix S, so dass $S^{-1}A_0S$ eine Diagonalmatrix ist.

Aufgabe 2 (P)

Es seien $\Phi : V \to W$ und $\Psi : W \to V$ lineare Abbildungen zwischen den endlich-dimensionalen $\mathbb{R}$-Vektorräumen V und W und $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
Zeigen Sie, dass c genau dann ein Eigenwert von $\Phi \circ \Psi$ ist, wenn c ein Eigenwert von $\Psi \circ \Phi$ ist.

Aufgabe 3

Seien $X, Y \in \mathbb{K}^{n\times n}$ diagonalisierbare Matrizen mit $XY = YX$. Zeigen Sie, dass es eine invertierbare Matrix $S \in \mathbb{K}^{n\times n}$ gibt, so dass $S^{-1}XS$ und $S^{-1}YS$ Diagonalmatrizen sind.

Abgabe der Lösungen bis zum 05.05.2017 um 12 Uhr in den entsprechenden **gelben Briefkasten Ihres Tutoriums im Atrium des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30)**. Bitte **heften Sie Ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** auf jedem Blatt. Jede (P)-Aufgabe wird mit **maximal 6 Punkten** bewertet.