

## Lineare Algebra II

### Übungsblatt 10

#### Aufgabe 1 (P)

Seien  $\beta_1$  und  $\beta_2$  die symmetrischen Bilinearformen auf  $\mathbb{R}^3$ , welche bezüglich der Standardbasis durch die Matrizen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

dargestellt werden.

- Überprüfen Sie mit Hilfe des Jacobi-Hurwitz-Kriteriums ob  $\beta_1$  und  $\beta_2$  positiv-definit sind.
- Bestimmen Sie die Signaturen von  $\beta_1$  und  $\beta_2$ .

#### Aufgabe 2 (P)

Berechnen Sie die Cartan-Zerlegung der Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbf{GL}(n, \mathbb{R})$ .

#### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die quadratischen Formen  $Q_1$  und  $Q_2$  auf  $\mathbb{R}^2$ , die bezüglich der Standardbasis  $\{e_1, e_2\}$  gegeben sind durch

$$Q_1(x) := x_1x_2 \quad \text{und} \quad Q_2(x) := x_1^2 - x_2^2 \quad \text{für } x = x_1e_1 + x_2e_2,$$

nicht simultan diagonalisierbar sind.