

## Lineare Algebra II Übungsblatt 11

### Aufgabe 1 (P)

Gegeben sei der  $\mathbb{R}^n$  versehen mit dem Standardskalarprodukt. Desweiteren sei

$$S^{n-1} := \{v \in \mathbb{R}^n \mid \|v\| = 1\}$$

die Menge aller Vektoren mit Norm 1 und

$$\mathcal{O} := \left\{ \{v_1, \dots, v_n\} \mid \{v_1, \dots, v_n\} \text{ ist eine ONB von } \mathbb{R}^n \right\}$$

die Menge aller Orthonormalbasen von  $\mathbb{R}^n$ .

Zeigen Sie:

- Die Zuordnung  $(A, \{v_1, \dots, v_n\}) \mapsto \{Av_1, \dots, Av_n\}$  für  $A \in \mathbf{O}(n)$ ,  $\{v_1, \dots, v_n\} \in \mathcal{O}$  definiert eine transitive Operation der Gruppe  $\mathbf{O}(n)$  auf  $\mathcal{O}$ .
- Die Zuordnung  $(A, v) \mapsto Av$  für  $A \in \mathbf{O}(n)$ ,  $v \in S^{n-1}$  definiert eine transitive Operation der Gruppe  $\mathbf{O}(n)$  auf  $S^{n-1}$ .

### Aufgabe 2 (P)

Es sei  $L$  eine nicht-leere Teilmenge eines affinen Raums  $\mathbb{A}$  über einem Körper  $\mathbb{K}$ . Zeigen Sie:

- Enthält  $L$  mit je drei Punkten  $P_0, P_1, P_2$  stets auch deren affine Hülle, so ist  $L$  ein affiner Unterraum von  $\mathbb{A}$ .
- Enthält  $L$  mit je zwei verschiedenen Punkten  $P_0$  und  $P_1$  stets auch deren Verbindungsgerade  $P_0P_1$  und gilt  $\mathbb{K} \neq \mathbb{F}_2$ , so ist  $L$  ein affiner Unterraum von  $\mathbb{A}$ .
- In b) kann auf die Voraussetzung  $\mathbb{K} \neq \mathbb{F}_2$  nicht verzichtet werden.

### Aufgabe 3

Sei  $\mathbb{A}$  ein affiner Raum über einem Körper  $\mathbb{K}$ . Zwei ungleiche Geraden  $g, h$  in  $\mathbb{A}$  heißen *parallel*, geschrieben  $g \parallel h$ , falls ihre Translationsräume gleich sind. Seien nun  $g_1, g_2, g_3$  parallele Geraden in  $\mathbb{A}$  und  $P_i, Q_i \in g_i$  für  $i = 1, 2, 3$  Punkte auf den Geraden. Zeigen Sie, dass gilt:

$$P_1P_2 \parallel Q_1Q_2 \text{ und } P_1P_3 \parallel Q_1Q_3 \Rightarrow P_2P_3 \parallel Q_2Q_3.$$

---

Abgabe der Lösungen bis zum 14.07.2017 um 12 Uhr in den entsprechenden **gelben Briefkasten Ihres Tutoriums im Atrium des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30)**. Bitte **heften Sie Ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** auf jedem Blatt. Jede (P)-Aufgabe wird mit **maximal 6 Punkten** bewertet.

# SOMMERFEST 2017

Wir laden ein zum traditionellen Sommerfest der Fakultät für Mathematik am

Freitag, dem 14. Juli 2017.

Wie üblich findet das Fest auf dem Gelände des Sportinstituts statt.

Alle Mitglieder der Fakultät für Mathematik sind herzlich dazu eingeladen, Gäste sind willkommen.

Den Auftakt bildet ein Fußballturnier mit vier Instituts-Mannschaften, bestehend aus Dozenten und Studierenden.

Anstoß des Fußballturniers: 18.00 Uhr.

Nach dem Spiel können wir am Tennishaus grillen und feiern. Getränke und Brot werden wieder bereit gestellt, aber Grillgut (Würstchen, Steaks, . . . ) soll sich jeder selbst mitbringen.

Ab ca. 21.00 Uhr Konzert mit der MATH Faculty Gang

Wir hoffen wieder auf rege Beteiligung, gutes Wetter und ein fröhliches Fest.