

Lineare Algebra II

Übungsblatt 13

Aufgabe 1 (P)

Im \mathbb{R}^3 seien die Quadriken Q und Q_a für $a \in \mathbb{R}$ gegeben durch

$$Q: 0 = x^2 + y^2 - 2z$$

$$Q_a: -4 = (a+3)x^2 + 5y^2 + z^2 - 4xy + 2xz - 4yz - 2x - 4y.$$

- Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$, für die Q und Q_a affin äquivalent sind.
- Geben Sie für $a = -2$ eine Affinität Φ an, die Q auf Q_{-2} abbildet.

Aufgabe 2 (P)

Im affinen Raum \mathbb{R}^3 sei für jedes $a \in \mathbb{R}$ eine Quadrik Q_a gegeben durch

$$a(x_2 - 1)^2 + a(a - 1)x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1 = 0.$$

Bestimmen Sie die Sylvesterform und den Typ von Q_a und geben Sie eine Affinität $\Phi_a: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ an, die Q_a in die Sylvesterform überführt.

Aufgabe 3 (alte Klausuraufgabe)

Es sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ gegeben und $M \in \mathbb{C}^{(2n) \times (2n)}$ die Blockmatrix $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ A & 0 \end{pmatrix}$. Mit \tilde{M} bezeichnen wir die Jordansche Normalform von M .

- Welche Eigenwerte hat M ?
- Wie lang sind die längsten Jordankästchen in \tilde{M} ?
- Bestimmen Sie \tilde{M} in Abhängigkeit vom Rang von A .
- Bestimmen Sie für $n = 2$ und $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ eine Basiswechselmatrix $S \in GL_4(\mathbb{C})$ mit $S^{-1}MS = \tilde{M}$.

Aufgabe 4 (alte Klausuraufgabe)

Im \mathbb{R}^3 mit Standardskalarprodukt sei Φ_1 die Drehung um den Winkel $\frac{\pi}{2}$ mit Drehachse $\langle e_1 \rangle$ und Φ_2 die Drehung um den Winkel $\frac{\pi}{2}$ mit Drehachse $\langle e_3 \rangle$.

- Geben Sie die Abbildungsmatrizen von Φ_1 , Φ_2 und $\Phi_1 \circ \Phi_2$ bzgl. der Standardbasis an.
- Bestimmen Sie die euklidische Normalform \tilde{A} von

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

sowie eine Matrix $S \in O(n)$, sodass $S^TAS = \tilde{A}$.

Abgabe der Lösungen bis zum 28.07.2017 um 12 Uhr in den entsprechenden **gelben Briefkasten Ihres Tutoriums im Atrium des Kollegengebäudes Mathematik (20.30)**. Bitte **heften Sie Ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** auf jedem Blatt. Jede (P)-Aufgabe wird mit **maximal 6 Punkten** bewertet.