

## Mathematik II (Sommersemester 2015)

### Übungsblatt 13

#### Aufgabe 1

- a) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte der Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^3 - 12xy + y^3$$

und untersuchen Sie jeweils, ob es sich um ein lokales Maximum, ein lokales Minimum oder einen Sattelpunkt handelt.

- b) Bestimmen Sie das Maximum und das Minimum der Funktion

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto xy$$

auf dem Einheitskreis, also unter der Nebenbedingung

$$x^2 + y^2 = 1.$$

#### Aufgabe 2

In Abhängigkeit eines Parameters  $\alpha \in \mathbb{R}$  ist ein Vektorfeld  $\vec{V}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  gegeben durch

$$\vec{V}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \alpha xyz \\ x^2 z + z e^{yz} \\ x^2 y + y e^{yz} + \cos(z) \end{pmatrix}.$$

- a) Begründen Sie, für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  das Vektorfeld  $\vec{V}$  ein Gradientenfeld ist.  
b) Geben Sie für diese(s)  $\alpha \in \mathbb{R}$  jeweils alle Potentiale an.

#### Aufgabe 3

Gegeben seien die vektorwertigen Funktionen

$$\vec{F}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \frac{1}{2} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{G}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad (x, y, z) \mapsto \begin{pmatrix} y^2 \\ z^2 + 2xy \\ x^2 + 2yz \\ xz \end{pmatrix}.$$

- a) Berechnen Sie die Jacobimatrix von  $\vec{F}$  und  $\vec{G}$ .  
b) Geben Sie eine explizite Abbildungsvorschrift für die Komposition  $\vec{H} = \vec{G} \circ \vec{F}$  an.  
c) Berechnen Sie die Jacobimatrix der vektorwertigen Funktion  $\vec{H}$  sowohl durch Berechnen aller partiellen Ableitungen der in Teil b) gefundenen vektorwertigen Funktion  $\vec{H}$ , als auch mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen verallgemeinerten Kettenregel.

---

**Abgabe** der Lösungen bis Dienstag, den 14.7.2015, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutoriums im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30). Bitte **heften** Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.