

## Mathematik I (Wintersemester 2015/2016)

### Übungsblatt 6

**Aufgabe 1** Diese Aufgabe muss online im Ilias bearbeitet werden. Dort sind (ab Dienstag, den 1.12., 8:00 Uhr) 6 Fragen zu beantworten. Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, jede falsche Antwort gibt einen Punkt Abzug. Die Aufgabe wird mit mindestens 0 Punkten bewertet.

Sollten Sie sich im Ilias nicht anmelden können, so können Sie einen Zugang beantragen unter [ilias@studium.kit.edu](mailto:ilias@studium.kit.edu).

**Aufgabe 2** Die *Fibonacci-Folge*  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ist rekursiv definiert durch

$$f_1 = f_2 = 1, \quad f_{n+2} = f_{n+1} + f_n \text{ für } n \in \mathbb{N}.$$

Wir definieren eine weitere Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  durch

$$a_n = \frac{f_{n+1}}{f_n},$$

und nehmen ohne Beweis zur Kenntnis, dass  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gegen  $\Phi = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  konvergiert.

a) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle  $n > 1$  gilt:

$$f_{n+1} > f_n \geq 1 \quad \text{und} \quad a_{n+1} > 1.$$

Somit ist auch  $\Phi \geq 1$ .

b) Zeigen Sie:

$$\Phi = 1 + \Phi^{-1}.$$

c) Folgern Sie aus Aufgabenteil (b), dass

$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

gilt und bestimmen Sie den Wert von  $\Phi$ .

(Bemerkung: Die Zahl  $\Phi$  ist als *goldener Schnitt* bekannt.)

**Aufgabe 3** Untersuchen Sie die unten durch die Angabe der Folgenglieder definierten Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

a)  $a_n = \frac{n}{2} - \frac{1}{n+2} \sum_{j=1}^n j,$

b)  $b_n = n^2 - \sqrt{n^4 - 42n^2 - 1},$

c)  $c_n = \left( \frac{\cos(n)}{2n} \right)^2,$

d)  $d_n = \sqrt[n]{n}.$

(Hinweis: Erinnern Sie sich im Aufgabenteil (a) an Bemerkung 1.7. im Skript zur Vorlesung und machen Sie sich in Aufgabenteil (b) die „dritte Binomische Formel“ zu Nutze.)

**Abgabe** der Lösungen bis Montag, den 7.12.2015, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutoriums im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30). Bitte **heften** Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.