

Schulwissen

Unterstufe:

- Zahlen:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}, \quad (\text{natürliche})$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}, \quad (\text{ganze})$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{k}{n} \mid k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}, \quad (\text{rationale})$$

$$\mathbb{R} = \text{Zahlenstrahl} \quad (\text{reelle})$$

- Assoziativgesetz:

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{und} \quad a(bc) = (ab)c.$$

- Kommutativgesetz:

$$a + b = b + a \quad \text{und} \quad ab = ba.$$

- Distributivgesetz:

$$a(b + c) = ab + ac.$$

- Binomische Formeln:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (1)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, \quad (2)$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2. \quad (3)$$

- Bruchrechnen:

$$\frac{1}{z}(x + y) = \frac{x + y}{z} = \frac{x}{z} + \frac{y}{z}, \quad \frac{xy}{ab} = \frac{x}{a} \frac{y}{b}, \quad \frac{ax}{az} = \frac{x}{z}.$$

- Achtung! *Differenzen und Summen kürzen nur die Dummen:*

$$\frac{x + y}{x + z} \neq \frac{y}{z}.$$

Mittelstufe:

- Potenzrechnen:

$$\begin{aligned}x^a x^b &= x^{a+b}, \\x^a y^a &= (xy)^a, \\(x^a)^b &= x^{ab}, \\x^{-a} &= \frac{1}{x^a} = \left(\frac{1}{x}\right)^a.\end{aligned}$$

- Wurzeln (für $x, y > 0$):

$$\begin{aligned}\sqrt{xy} &= \sqrt{x}\sqrt{y}, \\x^{a/b} &= \sqrt[b]{x^a} = (\sqrt[b]{x})^a.\end{aligned}$$

Achtung! Im allgemeinen ist

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \neq \sqrt{x+y}.$$

- Bei Gleichungen der Form

$$a = b$$

darf man folgende Äquivalenzumformungen durchführen (das Zeichen \Leftrightarrow steht hierbei für „äquivalent zu“):

$$\begin{aligned}a = b &\Leftrightarrow a + x = b + x, \\a = b &\Leftrightarrow ax = bx \quad (\text{sofern } x \neq 0).\end{aligned}$$

- Die Lösungen der Gleichung

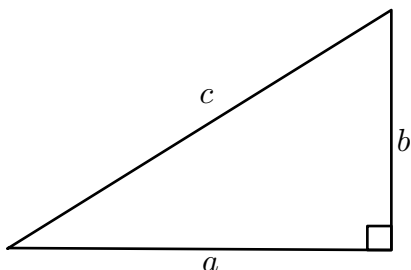
$$ax^2 + bx + c = 0$$

sind

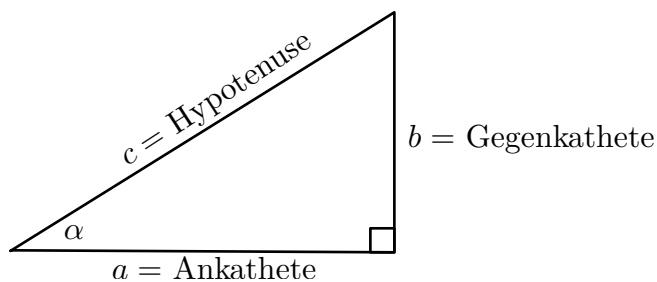
$$x_1, x_2 = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Satz des Pythagoras: Im Dreieck mit Seitenlängen a, b, c und 90° -Winkel zwischen den Seiten a, b gilt:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$



- Im Dreieck mit Seitenlängen a, b, c und 90° -Winkel zwischen den Seiten a, b und Winkel α zwischen den Seiten a, c heißt Seite a die Ankathete, b die Gegenkathete und c die Hypotenuse.



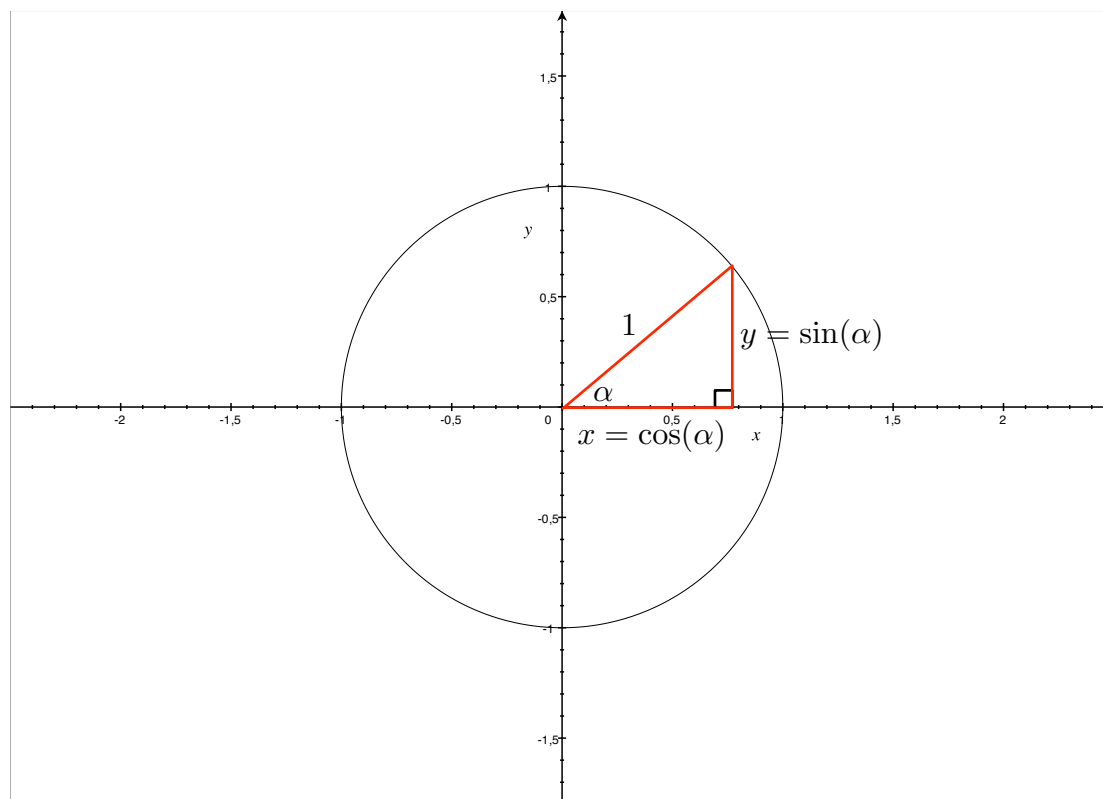
Es gilt:

$$\cos(\alpha) = \frac{a}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}},$$

$$\sin(\alpha) = \frac{b}{c} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}},$$

$$\tan(\alpha) = \frac{b}{a} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}.$$

- Am Einheitskreis gilt:



Mit Pythagoras folgt:

$$1 = x^2 + y^2 = (\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2.$$

- Allgemeiner:

Die Punkte (x, y) in der xy -Ebene, die auf dem Kreis mit Radius r um den Ursprung $(0, 0)$ liegen, erfüllen die Gleichung

$$x^2 + y^2 = r^2.$$