

## Einführung in Algebra und Zahlentheorie – Übungsblatt 1

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Seien  $a, b \in \mathbb{N}$ ,  $a, b \geq 2$ . Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

- Ist  $a^b + 1$  eine Primzahl, so ist  $a$  gerade und  $b$  eine Zweierpotenz.
- Ist  $a^b - 1$  eine Primzahl, so ist  $a = 2$  und  $b$  eine Primzahl.

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei  $N \in \mathbb{N}$  eine natürliche Zahl, die  $2^N - 1$  teilt. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

- $N$  ist ungerade.
- Für einen Primteiler  $p$  von  $N$  und  $a := \text{ggT}(p - 1, N)$  ist  $p$  ein Teiler von  $2^a - 1$ .
- $N = 1$ .

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

- Zeigen Sie, dass eine natürliche Zahl durch 9 teilbar ist, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
- Finden Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 11 und beweisen Sie diese.

### Aufgabe (4 Punkte)

Berechnen Sie den größten gemeinsamen Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 4928 und 2233. Stellen Sie anschließend den ggT als ganzzahlige Linearkombination der beiden Zahlen dar.

### Abgabe der Übungsblätter:

Bitte werfen Sie Ihre Lösung zu diesem Übungsblatt bis Donnerstag, 25. April, 11:20 Uhr in den entsprechenden Abgabekasten im 1C-Teil des Allianzgebäudes oder geben Sie diese direkt vor der großen Übung Ihrem Übungsleiter.