

## Einführung in Algebra und Zahlentheorie – Übungsblatt 7

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeige, dass  $A_6$  einfach ist.

(*Hinweis:* In der Vorlesung haben wir gesehen, dass  $A_5$  einfach ist. Wir finden  $A_5$  als Untergruppe in  $A_6$ .)

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien  $p, q$  nicht notwendigerweise verschiedene Primzahlen. Weiterhin sei  $G$  eine Gruppe der Mächtigkeit  $\#G = p^2q$ .

Zeige, dass  $G$  nicht einfach ist.

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeige die folgenden Aussagen:

a) Sei  $\#G = 40$ . Dann ist  $G$  nicht einfach.

b) Sei  $\#G = 24$ . Dann ist  $G$  nicht einfach.

(*Hinweis:* Für eine Primzahl  $p$  operiert  $G$  auf der Menge der  $p$ -Sylowgruppen durch Konjugation.)

### Aufgabe 4 (4 Punkte) – Das ist ja schon wieder eine alte Klausuraufgabe!

Seien  $p$  eine Primzahl und  $G = S_p$ .

a) Wie viele Elemente der Ordnung  $p$  und wie viele  $p$ -Sylowgruppen gibt es in  $G$ ?

b) Sei  $P$  eine  $p$ -Sylowgruppe und  $N := \{g \in G : gPg^{-1} = P\}$  ihr Normalisator. Bestimme  $\#N$ .

c) Zeige, dass es in  $G$  keine Untergruppe mit  $p(3p - 1)$  Elementen gibt.



Geht wählen!

10.-14. Juni 2013

\*UStA

Karlsruher Institut für Technologie

Studierendenparlament und Fachschaften

### Abgabe der Übungsblätter:

Bitte wirf deine Lösung zu diesem Übungsblatt bis Donnerstag, 06. Mai 2013, 11:30 Uhr in den entsprechenden Abgabekasten im 1C-Teil des Allianzgebäudes oder gib sie deinem Übungsleiter direkt vor der großen Übung.