

## Elementare Zahlentheorie

### Übungsblatt 1

#### 1.1 (4 Punkte)

Zeigen Sie ohne Verwendung von Primzahlen, dass es keine rationale Lösung der Gleichung  $x^2 - 3x = 1$  gibt.

#### 1.2 (6 Punkte)

Bekanntlich ist  $\mathbb{Q}$  mit einer Abstandsfunktion versehen. Wir definieren – wie in der Vorlesung – die reellen Zahlen als Faktorraum  $\mathcal{C}/\mathcal{N}$ , wobei  $\mathcal{C}$  der  $\mathbb{Q}$ -Vektorraum der rationalen Cauchy-Folgen ist und  $\mathcal{N}$  der Untervektorraum der Nullfolgen.

Auf  $\mathcal{C}$  gibt es die Multiplikation

$$(x_n)_n \cdot (y_n)_n := (x_n y_n)_n.$$

Zeigen Sie, dass diese Multiplikation eine wohldefinierte Multiplikation der Restklassen induziert:

$$[(x_n)_n] \cdot [(y_n)_n] := [(x_n y_n)_n]$$

und dass  $\mathbb{R}$  mit dieser Multiplikation zu einem Körper wird.

**Abgabe:** Bis Mittwoch, den 23. April um 13.00 Uhr in den dafür vorgesehenen Briefkasten bei Zimmer 308 im Fakultätsbau Mathematik oder in der Übung.