

# Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

## Übungsblatt 1

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Dialog in einem Auto, das durch ein kleines Dorf fährt:

- Stefan: „Hier sollten wir anhalten und Felix besuchen.“  
 Claus-Günther: „Felix wohnt nicht mehr hier. Er ist doch gerade erst umgezogen.“  
 Jingwei und Tobi: „Claus-Günther hat Recht.“  
 Jingwei: „Ich glaube, Stefan meint den großen Benni.“  
 Claus-Günther: „Groß? Benni ist doch nicht groß!“  
 Stefan und Tobi: „Ja, Claus-Günther hat Recht. Benni ist sogar noch kleiner als Tobi.“  
 Claus-Günther: „Bei ‚groß‘ fällt mir die brünette Anja ein. Sie ist fast doppelt so groß wie Tobi.“  
 Tobi: „Na hör mal! Sie hat schwarze Haare und ist kaum größer als ich.“  
 Stefan: „Unsinn! Anja ist brünett. Aber ziemlich klein ist sie schon.“  
 Jingwei: „Nein! Sie ist groß und hat blonde Haare. Aber du, Sven, kennst doch die drei am besten? Wer von uns hat Recht?“  
 Sven: „Ihr habt jetzt alle vier Aussagen gemacht: Darüber, ob Felix hier wohnt oder nicht, ob Benni und Anja groß oder klein sind und welche Haarfarbe Anja hat. Dabei hat jeder von euch zwei richtige und zwei falsche Behauptungen aufgestellt. Mehr sage ich nicht! Ihr wisst jetzt, ob Felix bereits umgezogen ist, ob Benni und Anja groß oder klein sind und welche Haarfarbe Anja hat.“

Glauben Sie Sven und finden Sie heraus, ob Felix bereits umgezogen ist, Benni groß oder klein ist und wie Anja aussieht.

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Negieren Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Jeder Hund ist ein Dackel.
- (b) Jeder Deutsche liebt Fußball, trinkt Bier und isst gerne viel.
- (c) Jeden Kinofilm, in dem Johnny Depp oder Emilia Clarke mitspielen, haben mein Bruder oder ich schon gesehen.
- (d) Es gibt einen Bundesligaverein, der in allen Spielen höchstens 3 Tore erzielt und mindestens einen Spieler ausgewechselt hat.

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Die logische Verknüpfung  $x|y$  sei durch die Wahrheitstafel

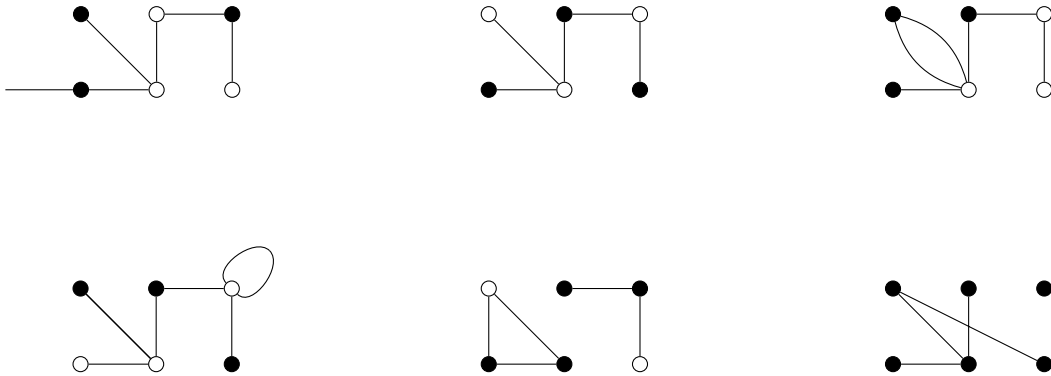
	w	f
w	f	w
f	w	w

definiert. Drücken Sie die Verknüpfungen  $\neg x$ ,  $x \wedge y$ ,  $x \vee y$  und  $x \Rightarrow y$  durch Ausdrücke aus, in denen lediglich  $x$ ,  $y$ , Klammern und die Verknüpfung  $|$  vorkommen.

**Aufgabe 4** (4 Punkte)

Ein Graph  $G$  besteht aus *Knoten* und *Kanten*. Jede Kante  $e$  „verbindet“ zwei nicht notwendigerweise verschiedene Knoten  $u$  und  $v$  miteinander. Man sagt dann, dass  $u$  und  $v$  die Endpunkte der Kante  $e$  sind. Außerdem heißt in diesem Fall  $u$  ein Nachbar von  $v$ . Wir betrachten in dieser Aufgabe *gefärbte Graphen*, d. h. Graphen, in denen jeder Knoten eine Farbe „weiß“ oder „schwarz“ hat. Graphen lassen sich gut darstellen, indem man die schwarzen Knoten als kleine gefüllte und die weißen Knoten als kleine, nicht gefüllte Kreise in die Ebene und die Kanten als Verbindungslinien zwischen ihre jeweiligen Endpunkte malt.

(a) Entscheiden Sie, welches der folgenden Bilder einen gefärbten Graphen in obigem Sinne darstellt:



(b) Entscheiden Sie, auf welche der gefärbten Graphen aus Teilaufgabe (a), die folgenden Aussagen zutreffen:

- (i) Jeder Knoten, der nur schwarze Nachbarn hat, ist mit weniger als 3 Knoten benachbart.
- (ii) Es gibt einen schwarzen Knoten, dessen Nachbarn alle weiß sind und der mit weniger als 3 Knoten benachbart ist.
- (iii) Hat ein Knoten lediglich weiße Nachbarn, so ist er selber schwarz.

(c) Entscheiden Sie ob für die Graphen aus Teilaufgabe (a) eventuell neue Färbungen der Knoten mit zwei Farben existieren, so dass jede Kante zwei verschieden gefärbte Endpunkte hat. Geben Sie jeweils entweder eine solche Färbung an oder argumentieren Sie, warum es keine solche Färbung geben kann.