

Seminar SS 2011

Automorphe Formen

Zunächst führen wir klassische Modulformen ein. Das sind holomorphe Funktionen auf der oberen Halbebene, die invariant unter ganzzahliger Translation sind und für die gilt $f(-\frac{1}{z}) = z^k f(z)$ mit einem $k \in 2\mathbb{Z}$. Bestimmten Modulformen können wir eine L -Funktion zuordnen, welche schöne analytische Eigenschaften besitzt. Spezielle Modulformen und ihre L -Funktionen sind wichtige Objekte in der Zahlentheorie; sie spielen in Andrew Wiles Beweis der Fermatschen Vermutung eine große Rolle.

Modulformen können wir auch als Funktionen auf der Gruppe $SL_2(\mathbb{R})$ auffassen, und sogar noch einen Schritt weitergehen: wir können unsere Modulformen mit speziellen Funktionen auf der allgemeinen linearen Gruppe $GL_2(\mathbb{A})$ über dem Adelring identifizieren.

Dazu führen wir auf \mathbb{Q} den p -adischen Absolutbetrag $|\cdot|_p$ ein. Ähnlich wie die reellen Zahlen als Komplettierung von \mathbb{Q} bezüglich dem üblichen Absolutbetrag entstehen, können wir den Körper der rationalen Zahlen nun bezüglich $|\cdot|_p$ vervollständigen und erhalten den Körper \mathbb{Q}_p der p -adischen Zahlen. Der Adelring setzt sich aus diesen lokalen Körpern \mathbb{Q}_p und \mathbb{R} zusammen.

Nun können wir automorphe Formen definieren; diese sind quadratisch integrierbare Funktionen auf $GL_2(\mathbb{Q})Z(\mathbb{R})^+ \backslash GL_2(\mathbb{A})$, wobei $Z(\mathbb{R})^+ = \{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R}_{>0} \}$. Die Gruppe $GL_2(\mathbb{A})$ operiert auf diesem Raum durch Rechtstranslation, so dass wir automorphe Formen mithilfe dieser Aktion studieren können. Auch unseren automorphen Formen ordnen wir L -Funktionen zu und untersuchen deren analytische Eigenschaften.

Schließlich wollen wir die Ergebnisse aus der klassischen Theorie der Modulformen mit denen aus der Theorie der automorphen Formen vergleichen und einsehen, dass die adelische Definition der L -Funktion mit der klassischen L -Funktion übereinstimmt.

Vorkenntnisse: In der Theorie der Modulformen benötigt man eine gute Grundlage aus der Funktionentheorie I, außerdem setzen wir etwas Algebra I voraus. Kenntnisse aus der Maßtheorie sind von Vorteil, allerdings können wir auch in einem gewissen Rahmen die Vorträge den Vorkenntnissen der Teilnehmer anpassen.

Literatur: Das Seminar wird sich an dem Buch *Automorphe Formen* von Anton Deitmar orientieren.

Bei Interesse an einem Vortrag oder bei Fragen zum Thema wenden Sie sich bitte an:

Petra Forster (petra.forster@kit.edu)
Zimmer 4B-04 im Mathegebäude

Termin der Vorbesprechung: 08.02.11 (Raum wird noch bekanntgegeben.)