Seminar „Themen der Zahlentheorie“, Wintersemester 2015/16

PD Dr. Stefan Kühnlein, BSc Rebecca Schwerdt

1. Die Pellsche Gleichung ([B, 185-200])
(Daniele Corallo, 3.11.2015)
Hier diskutieren wir das ganzzahlige Lösungsverhalten der Gleichung $X^2 - dY^2 = 1$, wobei $d \in \mathbb{N}$ ein vorgegebenes Nichtquadrat ist.
Wir sehen, dass die Lösungen dieser Gleichung eine Gruppe bilden. Wichtiges Hilfsmittel dabei ist ein Resultat von Dirichlet über die Approximation von $\sqrt{d}$ durch rationale Zahlen.

2. Kettenbrüche ([B, 222-242] + ...)
(Peter Wichers, 10.11.2015)
Das Approximationsgeschäft wird weitergetrieben. Kettenbrüche sind eine systematische Möglichkeit, irrationale Zahlen durch rationale Zahlen mit möglichst kleinem Nenner gut zu approximieren.

3. Transzendente Zahlen und ein Satz von Liouville ([EZT, §3.2])
(Corvin Paul, 17.11.2015)
Hier lernen wir, was transzendente Zahlen sind, und dass die gar nicht so selten vorkommen. Neben einem Kriterium von Liouville gibt es auch individuellere Aussagen wie die Transzendenz von e.

6. Die projektive Ebene und ebene algebraische Kurven ([F, 12-22])
(Max Winter, 24.11.2015)
Hier wird erklärt, was eine ebene affine Kurve ist, wieso die Korrespondenz zwischen Kurven und Polynomen nur dann gut sein, kann, wenn der Grundkörper algebraisch abgeschlossen ist, und wieso man geneigt sein könnte, Kurven im Projektiven anzusehen.

7. Der Resultantenkalkül ([F, 22-28, 141-146])
(Philip Dörr, 1.12.2015)
Das technische Hilfsmittel der Resultante zweier Polynome wird eingeführt und mit seiner Hilfe der Satz von Bezout gezeigt.

9. Der kombinatorische Laplace-Operator I ([HJ, §2], [L, 44f])
(Charlene Jehle, 8.12.2015)
Hier lernen wir abstrakt das Konzept des Laplace-Operators für einen Kettenkomplex aus endlichdimensionalen $\mathbb{R}$- oder $\mathbb{C}$-Vektorräumen kennen und sehen, dass sein Kern die Kohomologie des Kettenkomplexes berechnet.
Als Spezialfall diskutieren wir den Kettenkomplex, der sich aus einem endlichen Graphen ergibt. Die Dimension seines Kernes ist hier gerade die Anzahl der Zusammenhangskomponenten des Graphen.

10. Der kombinatorische Laplace-Operator II ([D, §1.2 und §1.5])
(Lea Nagler, 15.12.2015)
Hier diskutieren wir Eigenwerte des Laplace-Operators eines endlichen regulären Graphen. Sie geben zum Beispiel Aufschluss über die Expansionskonstante dieses Graphen, die wir bei der Gelegenheit kennen lernen.

11. Fourieranalysis auf endlichen abelschen Gruppen ([FT2, 2.28-2.30] und etwas aus [Alg2, §2.1 und §2.5])
(Yen Hoang Le, 22.12.2015)
Hier lernen wir etwas über die Darstellungstheorie endlicher abelscher Gruppen. Wenn G eine endliche Gruppe ist und $\rho : G \to \mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ ein Gruppenhomomorphismus, dann gibt es auf $\mathbb{C}^n$ ein Skalarprodukt, das unter $\rho(G)$ invariant bleibt.
Man sieht damit induktiv, dass $\mathbb{C}^n$ in „irreduzible“ Summanden zerfällt. Wenn G noch dazu kommutativ ist, dann sind diese eindimensional und entsprechen Homomorphismen von G nach $\mathbb{C}^\times$.
Hier dürften wir uns auch auf die Darstellung $\mathrm{Abb}(G, \mathbb{C})$ beschränken. Bereits hier gibt es als Anwendung Resultate wie etwa in [M], die zu den beiden vorherigen Vorträgen passen. Vielleicht wäre es ja interessant, hiervon etwas zu skizzieren.

Auf der nächsten Seite steht auch noch etwas…

Termin: Dienstag, 14.00 Uhr – 15.30 Uhr in -1.013

Erster Termin ist Dienstag, der 03.11.2015.

Literatur:

[Alg2] Kühnlein, Stefan: *Algebra 2*, Karlsruhe 2009

[B] Bundschuh, Peter: *Einführung in die Zahlentheorie*, Springer 2008

[D] Davidoff, Giuliana e.a.: *Elementary Number theory, Group Theory, and Ramanujan Graphs*, CUP 2003

[EZT] Kühnlein, Stefan: *Elementare Zahlentheorie*, Karlsruhe 2010

[F] Fischer, Gerd: *Ebene algebraische Kurven*, vieweg 1994

[FT2] Kühnlein, Stefan: *Funktionentheorie 2*, Karlsruhe 2004

[HJ] Horak, Danijela; Jost, Jürgen: *Spectra of combinatorial Laplace operators on simplicial complexes*, Adv. Math. 244 (2013), 303V336

[L] Lubotzky, Alex: *Discrete groups, Expanding Graphs and Invariant Measures*, Birkhäuser 1994

[M] Medrano e.a.: *Finite Analogues of Euclidean Space*, J.Comp. App. Math. 68 (1996), 221-238

Hinweise zum Vortrag:
Die Vorträge des Seminars sind auf 90 Minuten ausgelegt, wobei ein wenig Zeit für Diskussionen eingeplant werden sollte.
Von der Stofffülle her wird es so sein, dass bei einigen Vorträgen durchaus noch mehr gemacht werden kann. Suchen Sie hier selbst nach passendem Stoff, vor allem instruktiven Beispielen. Bei anderen Vorträgen hingegen werden nicht alle Details vorgeführt werden können, sodass Sie hier eine Auswahl treffen müssen, was Sie wirklich im Seminar präsentieren. Manchmal ist ein gutes Beispiel besser als ein technischer Beweis, den so schnell dann ohnehin niemand nachvollziehen kann.
Den technischen Beweis muss man natürlich trotzdem parat haben, denn alle dürfen alles nachfragen.

Die angegebene Literatur ist hoffentlich gut für die Vorbereitung geeignet. Sie soll insbesondere die Stoffauswahl präzisieren und ersetzt eigene Literaturrecherche nicht vollständig.

Eine Woche vor dem Vortrag sollte dieser grob fertig sein, damit Sie dann Zeit haben, die Argumente zu verinnerlichen und einen ansprechenden Vortrag zu gestalten.
Zum Vortrag gehört auch ein Handout, dem die wichtigsten Begriffe und Sachverhalte zu entnehmen sein sollten.
Außerdem gehört selbstverständlich die regelmäßige aktive Teilnahme an den Sitzungen zum Bestehen des Seminars dazu.

Für Ihre Fragen und Probleme haben wir stets ein offenes Ohr. Und wenn Sie nicht von selbst zu uns kommen, werden wir Sie nötigen, dies zu tun;-)

`rebecca.schwerdt@student.kit.edu` `stefan.kuehnlein@kit.edu`