

Analysis 2

0. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Faltung)

Der Träger einer stetigen Funktion $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ist die abgeschlossene Menge

$$\text{spt}(f) = \overline{\{x \in \mathbb{R} : f(x) \neq 0\}}.$$

Eine Funktion f hat kompakten Träger, falls $\text{spt}(f) \subset \mathbb{R}$ eine kompakte Menge ist. Man definiert den Faltungsoperator $*$ für zwei stetige und beschränkte Funktionen $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$(f * g)(x) := \int_{-\infty}^{\infty} f(x-y)g(y) dy. \quad (1)$$

1. Seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und beschränkt und mindestens eine der Funktionen habe kompakten Träger. Zeigen Sie, dass (1) wohldefiniert und die Abbildung $x \mapsto (f * g)(x)$ stetig ist.
2. Sei nun f zusätzlich stetig differenzierbar mit beschränkter Ableitung. Zeigen Sie, dass in diesem Fall die Abbildung $x \mapsto (f * g)(x)$ ebenfalls stetig differenzierbar ist mit Ableitung $(f * g)'(x) = ((f') * g)(x)$.
3. Seien f, g, h stetige Funktionen mit kompaktem Träger. Zeigen Sie, dass gilt

$$(f * g)(x) = (g * f)(x) \quad (2)$$

$$(f * (g + h))(x) = (f * g)(x) + (f * h)(x) \quad (3)$$

$$(f * (g * h))(x) = ((f * g) * h)(x), \quad (4)$$

d.h. die stetigen Funktionen mit kompaktem Träger bilden mit der Operation $*$ einen kommutativen Ring.

Aufgabe 2 (Polarkoordinaten)

Gegeben sei die Abbildung $f : (0, \infty) \times (0, 2\pi) \times (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$f(r, \varphi, \theta) = (r \cos(\varphi) \sin(\theta), r \sin(\varphi) \sin(\theta), r \cos(\theta)).$$

1. Bestimmen Sie die Jacobimatrix Jf der Abbildung f .
2. Berechnen Sie die Skalarprodukte $g_{ij} = \langle \partial_i f, \partial_j f \rangle$ für $i, j \in \{1, 2, 3\}$.
3. Berechnen Sie die Determinante der Jacobimatrix.

Übungsblatt

Ab dem 1. Übungsblatt wird es K-Aufgaben geben, diese können zur Korrektur abgegeben werden. Werfen Sie bitte Ihre bearbeiteten Aufgaben in die Abgabekästen im EG des Kollegengebäude Mathematik (20.30).

Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter sowie die Bereitstellung von Lösungsvorschlägen erfolgt in den Tutorien. Lösungsvorschläge für die nicht K-Aufgaben der jeweiligen Übungsblätter finden Sie zusätzlich unter

<http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/anaii2015s/de>

Übungsschein

Jede **K**-Aufgabe wird mit etwa 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer

- auf den ersten 7 Übungsblättern mindestens 50% der möglichen Punkte erzielt und
- auf den zweiten 6 Übungsblättern mindestens 50% der möglichen Punkte erzielt.

Der Übungsschein wird in der Regel nicht benotet. Damit der Übungsschein korrekt verbucht werden kann, müssen Sie sich im Laufe des Semesters im QISPOS für den Schein anmelden (unabhängig von der Anmeldung zum Tutorium).

Tutorien

Die Tutorien finden ab dem 20.04.2015 statt. Die Anmeldung zu den Tutorien wird über Webinscribe abgewickelt. Sie können sich ab dem 14.04. 2015, 18:00 Uhr bis zum 16.04.2015, 18:00 Uhr unter

<http://webinscribe.ira.uka.de>

mit Ihrem Studentenaccount für die Tutorien anmelden. Weiter Hinweise zur Bedienung finden Sie auf dem entsprechenden Merkblatt. Die endgültige Einteilung werden Sie dann am 17.04.2015, c.a. 18:00 Uhr ebenfalls auf der obigen Webseite abrufen können.