

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

3. Übungsblatt

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

a) $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2};$

b) $\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$

c) $6^n - 5n + 4$ ist durch 5 teilbar.

Aufgabe 2

a) Beweisen Sie die geometrische Summenformel: Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

b) Folgern Sie hieraus, dass für alle $w, z \in \mathbb{C}$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$z^n - w^n = (z - w) \sum_{k=0}^{n-1} z^{n-1-k} w^k.$$

c) Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{i}{2}\right)^k.$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die $x \leq 4 + \sqrt{x-2}$ erfüllen.

Aufgabe 4

Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen $z = 3 - i$ und $w = -1 + 2i$. Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil sowie den Betrag von

a) $z^3;$

b) $1/z;$

c) $z \cdot w;$

d) $\bar{z}^2 + 1/w^2.$

Aufgabe 5

Bestimmen Sie jeweils alle $z \in \mathbb{C}$, die Lösungen der Gleichung sind:

a) $z^2 - 2z + 3 = 0;$

b) $z^2 = |z|^2.$