

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik
13. Übungsblatt

Aufgabe 1

- a) Bestimmen Sie (gegebenenfalls in Abhängigkeit von den vorkommenden Parametern) die Zeilennormalform und den Rang der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 4 \\ 4 & -6 & 4 & -5 \\ -2 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & \alpha & \beta \end{pmatrix}.$$

- b) Bestimmen Sie den Rang der Matrix A mit MATLAB und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie alle Lösungen $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5$ der folgenden linearen Gleichungssysteme.

a)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_4 &= 3 \\ x_3 + 4x_4 &= 1 \\ x_5 &= 2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 &= 2 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 &= -3 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_4 + 4x_5 &= -1 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

- a) Betrachten Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = y$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 1 & \alpha - 1 & \beta + 2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix},$$

und entscheiden Sie, in Abhängigkeit von den Parametern α und β , ob das Gleichungssystem lösbar ist. Berechnen Sie gegebenenfalls alle Lösungen.

- b) Lösen Sie das Gleichungssystem für $\alpha = 1$, $\beta = -2$ mit MATLAB.

Aufgabe 4

Im komplexen Vektorraum \mathbb{C}^4 seien der Vektor $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 5i - 1 \\ 1 - i \\ c^2 \end{pmatrix}$ und der Untervektorraum

$$U = \text{lin}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 - i \\ 1 + i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -i \\ -c - i \\ c^2 + 2ci \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ i - 1 + c \\ -c - i \\ 2i \end{pmatrix} \right\}$$

gegeben. Bestimmen Sie alle $c \in \mathbb{C}$, für die $y \in U$ gilt.

Aufgabe 5

a) Gegeben sei die Abbildung $\phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(x_1, x_2) \mapsto (x_1 + x_2, x_1 + x_2)$.
Ist ϕ linear? Bestimmen Sie Kern ϕ und Bild ϕ .

b) Sei $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Berechnen Sie eine Basis von Kern A und von Bild A .

Klausur zur HM I: Donnerstag, 06.03.2014, 08:00 - 10:00 Uhr

!!! Anmeldeschluss ist Freitag, der 14.02.2014 !!!