

**Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik**

1. Übungsblatt

Aufgabe 1

Für jedes $j \in \mathbb{N}$ sei die Menge

$$S_j := \{x : x \text{ studiert in Karlsruhe und ist im } j\text{-ten Hochschulsesemester}\}$$

gegeben. Weiter seien E , P bzw. G die Mengen der Elektrotechnik-, Physik- bzw. Geodäsie-Studierenden in Karlsruhe. Drücken Sie folgende Mengen mittels S_j , E , P und G aus:

- Die Menge aller derer, die in Karlsruhe im ersten Hochschulsesemester sind und Physik studieren.
- Die Menge aller Karlsruher Studierenden, die im ersten oder dritten Hochschulsesemester sind, aber nicht Elektrotechnik studieren.
- Die Menge aller Studierenden in Karlsruhe.

Aufgabe 2

Seien M_1 , M_2 und M_3 Teilmengen einer Menge M . Zeigen Sie:

- $M_1 \subset M_2 \Leftrightarrow M \setminus M_2 \subset M \setminus M_1$.
- $M_1 \subset M_2$ und $M_2 \subset M_3 \Rightarrow M_1 \subset M_3$.
- die Äquivalenz folgender Aussagen:
 - $M_1 \subset M_2$;
 - $M_1 \cap M_2 = M_1$;
 - $M_1 \cup M_2 = M_2$.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit

- $|x - 4| = |x + 1|$;
- $|2x| > |5 - 2x|$;
- $|2 - |2 - x|| \leq 1$;
- $\frac{3x}{1 + |x|} < 4x^2$.

Aufgabe 4

Beweisen Sie, dass für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt:

a) $\frac{|x + y|}{1 + |x + y|} \leq \frac{|x| + |y|}{1 + |x| + |y|} \leq \frac{|x|}{1 + |x|} + \frac{|y|}{1 + |y|}$;

Tipp: Verwenden Sie $\frac{a}{1+a} = \frac{a+1-1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+a}$ für $a \neq -1$.

b) $\max\{x, y\} = \frac{x + y + |x - y|}{2}$ und $\min\{x, y\} = \frac{x + y - |x - y|}{2}$.

Aufgabe 5

Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen $z = 3 - i$ und $w = -1 + 2i$. Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil sowie den Betrag von

a) z^3 ;

b) $1/z$;

c) $z \cdot w$;

d) $\bar{z}^2 + 1/w^2$.

Aufgabe 6

Bestimmen Sie jeweils alle $z \in \mathbb{C}$, die Lösungen der Gleichung sind:

a) $z^2 - 2z + 3 = 0$;

b) $z^2 = |z|^2$.