

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

3. Übungsblatt

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

a) $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2};$

b) $\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2;$

c) $\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$

d) $6^n - 5n + 4$ ist durch 5 teilbar.

Aufgabe 2

a) Beweisen Sie die geometrische Summenformel: Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

b) Folgern Sie hieraus, dass für alle $w, z \in \mathbb{C}$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$z^n - w^n = (z - w) \sum_{k=0}^{n-1} z^{n-1-k} w^k.$$

c) Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{i}{2}\right)^k.$$

Aufgabe 3

Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass für alle $x, y \in [0, \infty)$ gilt:

$$x \leq y \Leftrightarrow x^n \leq y^n.$$

Aufgabe 4

Es seien $w, z \in \mathbb{C}$. Beweisen Sie: $|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2|z|^2 + 2|w|^2$.
Was bedeutet dies geometrisch?