

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik
7. Übungsblatt

Aufgabe 1

Für $n \in \mathbb{N}_0$ definiere $a_n := \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$. Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert, dass aber das Cauchyprodukt der Reihe mit sich selbst divergiert.

Bemerkung: Dies ist ein Beispiel dafür, dass das Cauchyprodukt zweier konvergenter Reihen nicht konvergieren muss, wenn beide Reihen nicht absolut konvergieren.

Aufgabe 2

Welche Funktionen $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ werden durch die folgenden Potenzreihen dargestellt?

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n-1}{(n+1)!} z^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} (z+1)^{2n+2}$

Aufgabe 3

Für welche $x \in \mathbb{R}$ bzw. $z \in \mathbb{C}$ konvergieren die folgenden Potenzreihen?

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{(n-1)^2} x^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n} (z-2i)^n$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{n(1+(-1)^n)} x^{2n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) z^n$

e) $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k z^{k^2}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+3i)^n}{n^2}$