

Höhere Mathematik III für Physik

5. Übungsblatt (wird am Freitag, den 21.12.2018 besprochen)

Aufgabe 1 (Homogene Anfangswertprobleme)

Lösen Sie erst die folgenden Differentialgleichungssysteme allgemein und anschließend das jeweils dazugehörige Anfangswertproblem.

(1)

$$y' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} y, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(2)

$$y' = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} y, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 (Inhomogene Anfangswertprobleme)

Lösen Sie das folgende inhomogene Anfangswertproblem

$$y' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ \frac{1}{3} & 2 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 0 & 2 \end{pmatrix} y + b, \quad \text{mit } b = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ 0 \\ 2e^{-t} \end{pmatrix}, \quad y(0) = \begin{pmatrix} \frac{3}{8} \\ \frac{5}{72} \\ -\frac{29}{36} \end{pmatrix}.$$

Geben Sie zuvor auch die allgemeine Lösung des zugehörigen homogenen bzw. inhomogenen Differentialgleichungssystems an.

Aufgabe 3 (Differentialgleichung mit komplexen Eigenwerten)

Gegeben sei das folgende Anfangswertproblem

$$y' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix} y + b \text{ mit } b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 + e^{2t} \end{pmatrix}, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- Lösen Sie das zugehörige homogene Gleichungssystem allgemein.
- Lösen Sie das zugehörige inhomogene Gleichungssystem allgemein.
- Lösen Sie das obige Anfangswertproblem.