

Höhere Mathematik für Informatiker I (Analysis)

11. Übungsblatt

Abgabe von 2 K-Aufgaben bis Freitag, 22.1.2010, 12.30 Uhr

K 41. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(i) $\int_1^5 \frac{\log x}{x^2} dx$

(ii) $\int_0^{2\pi} \cos 2x \cos 3x dx$

(iii) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + b^2 x^2}}$ ($a, b \geq 0, a \neq 0$ oder $b \neq 0$)

(iv) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$

K 42. Es sei $f \in C^2[0, 1]$. Beweisen Sie:

$$\left| \int_0^1 f(x) dx - f\left(\frac{1}{2}\right) \right| \leq \frac{1}{24} \max_{\xi \in [0,1]} |f''(\xi)|$$

Hinweis: Wenden Sie Satz 9.20 (Satz von Taylor) der Vorlesung mit $x_0 = \frac{1}{2}$ an.

43. Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(x) = (\arcsin x)^2$ und von $g(x) = (\log x^3)^3$.

44. Es sei $\beta > 0$. Berechnen Sie mit partieller Integration die Integrale

$$I_n(\beta) := \int_0^\beta x^n e^{-x} dx \quad (n \in \mathbb{N}_0),$$

und bestimmen Sie anschließend für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ den Grenzwert $\lim_{\beta \rightarrow \infty} I_n(\beta)$.