

Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen
Elektrotechnik und Informationstechnik

10. Übungsblatt

Aufgabe 1

Die Funktionen $\vec{v}, \vec{w}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ sind gegeben durch

$$\vec{v}(x, y, z) := \begin{pmatrix} y^2 + 2z^3yx \\ 2y + z^3x^2 \\ y^2 + 3z^2yx^2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{w}(x, y, z) := \begin{pmatrix} z^2 \\ e^z \\ ye^z + 2xz \end{pmatrix}.$$

- Überprüfen Sie jeweils, ob es sich um ein Potentialfeld handelt, und bestimmen Sie gegebenenfalls ein zugehöriges Potential.
- Berechnen Sie die Kurvenintegrale

$$\int_{\gamma} \vec{v} \cdot d\vec{s} \quad \text{und} \quad \int_{\gamma} \vec{w} \cdot d\vec{s},$$

wobei die Kurve $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ durch $\gamma(t) = (1 - t, t, 0)$ gegeben ist.

Aufgabe 2

Finden Sie $a, b, c \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion

$$\vec{v}: \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x, y, z > 0 \} \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + ay - 3z \\ x + 2y + bz \\ cx + y + 4z \end{pmatrix}$$

ein Potentialfeld ist, und berechnen Sie ein zugehöriges Potential.

Aufgabe 3

Skizzieren Sie die Mengen $B \subset \mathbb{R}^2$, und berechnen Sie jeweils den Flächeninhalt $\iint_B d(x, y)$.

- $B = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{4}x^2 - 1 < y < 2 - x \}$
- $B = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0, y^2 < x < 4 - y^2 \}$

Aufgabe 4

Berechnen Sie das Integral.

$$\iint_{[0,1] \times [0,1]} (xy + y^2) d(x, y)$$

Aufgabe 5

Skizzieren Sie die Integrationsbereiche der folgenden Integrale, vertauschen Sie jeweils die Integrationsreihenfolge, und berechnen Sie den Wert der Integrale.

a) $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$

b) $\int_0^1 \int_y^{y^2+1} x^2 y dx dy$

Hinweis In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die folgenden Aufgaben besprochen: **1, 2 und 5**. Die restlichen werden in den Tutorien behandelt.