Karlsruhe Institute of Technology (KIT) SS 2011
Institut für Analysis
Dipl.-Math.techn. Rainer Mandel

3. Übungsblatt zum Schnupperkurs

Aufgabe 1: Matrix-Vektor-Produkt

Berechnen Sie folgende Matrix-Vektor-Produkte gemäß der Definition der Vorlesung:

$$\text{a)}\quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \text{b)}\quad \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{c)}\quad \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Eigenwerte I

Bestimmen Sie die Eigenwerte und jeweils einen zugehörigen Eigenvektor der Matrizen

$$\text{i)}\ A := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{ii)}\ B := \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ keine reellen Eigenwerte besitzt.

Aufgabe 3: Eigenwerte II

Bestimmen Sie die Eigenwerte und jeweils einen zugehörigen Eigenvektor einer

i) Diagonalmatrix: $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}$ ii) oberen Dreiecksmatrix: $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ mit $b \neq 0$

Aufgabe 4: Lösung einer 2-dimensionalen Rekursionsgleichung

Geben Sie die allgemeine Lösung der Rekursion

$$\begin{pmatrix} X_{t+1} \\ Y_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 4 \\ 10 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix}$$

an. Wie lauten sämtliche Lösungen mit der Eigenschaft

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}?$$