

Analysis I

1. Übungsblatt

Abgabe: bis Freitag, den 29.10.2009, 13:00 Uhr.

Aufgabe 1

Es sei K ein Körper und $a, b, c, d \in K$. Beweisen Sie die Vorzeichen-, Annulierungs- und Bruchrechenregeln:

- a) $(-a) \cdot b = a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$, $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$.
- b) $a \cdot b = 0 \iff a = 0$ oder $b = 0$.
- c) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$, falls $b \neq 0$ und $d \neq 0$,
- d) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$, falls $b \neq 0$ und $d \neq 0$,
- e) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$, falls $b \neq 0$, $c \neq 0$ und $d \neq 0$.

Aufgabe 2 (K)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- a) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$, $x, y > 0$ gilt: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$.
- b) Für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt: $ab + bc + ac \leq a^2 + b^2 + c^2$.
- c) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$, $x, y > 0$ gilt: $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$.
- d) Für alle $x, y, u, v \in \mathbb{R}$ gilt: $||x - y| - |u - v|| \leq |x - u| + |y - v|$.

Aufgabe 3 (K)

Sei $f : X \rightarrow Y$ eine Funktion. Beweisen Sie:

- a) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
- b) $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$

für alle Teilmengen $A, B \subset X$. Gilt in b) Mengengleichheit? Begründen Sie Ihre Antwort durch einen Beweis oder ein Gegenbeispiel.

Aufgabe 4

Seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $\varepsilon > 0$ gegeben. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

a)
$$\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|+|b|}{1+|a|+|b|} \leq \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}$$

b)
$$2ab \leq \varepsilon^2 a^2 + \frac{1}{\varepsilon^2} b^2$$

c)
$$(a+b)^2 \leq (1+\varepsilon^2)a^2 + \left(1+\frac{1}{\varepsilon^2}\right)b^2$$

Übungsblatt

Jeden Freitag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann im Allianzgebäude (3. Stock, gegenüber vom Fahrstuhl) abgeholt oder von

<http://www.math.kit.edu/iana3/lehre/ana12010w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Abgabekästen im 3. Stock des Allianzgebäudes (vom Fahrstuhl geradeaus auf der linken Seite, neben Raum 3A-03) geworfen. Der späteste Abgabetermin ist dem jeweiligen Übungsblatt zu entnehmen. In der Regel ist dies um 13 Uhr am Freitag der folgenden Woche. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Tutorien.

Zugang zum Allianzgebäude

Bitte beachten Sie die besondere Zugangsregelung für das Allianzgebäude, Sie müssen hierfür einmalig Ihre FriCard am Kartengerät am Haupteingang freischalten lassen und erhalten ab dem nächsten Tag Zugang mithilfe der freigeschalteten FriCard.

Übungsschein

Jede **K**-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer:

1. in 10 der 14 K-Aufgaben der Übungsblätter 1 - 7 mindestens 1 Punkt erzielt,
2. in 10 der K-Aufgaben der restlichen Übungsblätter mindestens 1 Punkt erzielt,
3. die beiden Tests erfolgreich besteht.

Nähere Informationen zu den Tests erhalten Sie im Laufe der Veranstaltung.

Damit der Übungsschein korrekt verbucht werden kann, müssen Sie sich im Laufe des Semesters online für den Schein anmelden (unabhängig von der Anmeldung zum Tutorium). Nähere Informationen finden Sie auf der oben genannten Webseite.

Tutorien

Die Anmeldung zu den Tutorien erfolgt durch das System "WebInScribe". Einzelheiten entnehmen Sie bitte dem entsprechenden Merkblatt. Die Tutorien finden ab dem 25.10.2010 statt.

Literatur

- Amann, Escher *Analysis 1*. 3. Auflage, Birkhäuser-Verlag (2008).
Apostol, *Mathematical Analysis. A Modern Approach to Advanced Calculus*. 2nd ed., Addison-Wesley (1974).
Forster, *Analysis 1*. 7. Auflage, Vieweg-Verlag (2004).
Heuser, *Lehrbuch der Analysis. Teil 1*. 15. Auflage, Teubner-Verlag (2006).
Königsberger, *Analysis 1*. 5. Auflage, Springer-Verlag (2001).
Rudin, *Analysis*. 4. Auflage, Oldenbourg-Verlag (2008).
Walter, *Analysis 1*. 7. Auflage, Springer-Verlag (2007).

Sprechstunde

Falls Sie Fragen zur Lehrveranstaltung Analysis 1 haben, können Sie zur Sprechstunde von Herrn Kriegler kommen. Diese findet freitags von 14 bis 15:30 Uhr statt.