KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE (KIT)
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. Lutz Weis
Dr. Christoph Kriegler

WS 2010/11
21.01.2011

# Analysis I

## 12. Übungsblatt

Abgabe: bis Freitag, den 28.01.2011, 13:00 Uhr.

### Aufgabe 45 (K)

**a)** Es sei $n \geqslant 1$ eine natürliche Zahl. Man beweise, dass die Funktion $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^n e^{-x}$ an einer einzigen Stelle, nämlich bei $x = n$, ihr (absolutes) Maximum annimmt. An dieser Stelle hat $f$ zugleich das einzige relative Maximum.

**b)** Für $x \in \mathbb{R}$ sei

$$P(x) := 3 + 4(x-1)^2$$

und

$$F(x) := P(x)e^{-x^2}.$$

Man bestimme alle absoluten Extrema der Funktion $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

### Aufgabe 46

Es sei $f : (a,b) \to \mathbb{R}$ eine zweimal stetig differenzierbare Funktion. Zeigen Sie: $f$ ist konvex genau dann, wenn $f''(x) \geqslant 0$ für alle $x \in (a,b)$.

### Aufgabe 47

### Arithmetisches und geometrisches Mittel

Es seien $x_1, \dots, x_n$ beliebige postive Zahlen und $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ positive Zahlen mit $\lambda_1 + \ldots + \lambda_n = 1$. Dann gilt

$$x_1^{\lambda_1} \cdot \ldots \cdot x_n^{\lambda_n} \leqslant \lambda_1 x_1 + \ldots + \lambda_n x_n.$$

### Aufgabe 48 (K)

Es seien $I \subset \mathbb{R}$ ein offenes nicht-leeres Intervall. Für $n \in \mathbb{N}$ seien $f_n, f, g : I \to \mathbb{R}$ Funktionen, und es gelte $f_n \to f$ punktweise. Die Funktionen $f_n$ seien alle differenzierbar, und es gelte $f_n' \to g$ gleichmäßig. Die Funktion $g$ sei stetig.

Zeigen Sie: $f$ ist differenzierbar und es gilt $f' = g$.

## Test 2

Der zweite Test zur Analysis 1 findet statt am

**Freitag, den 4. Februar 2011, 15:45 - 16:30 Uhr.**

Anders als beim ersten Test wird in zwei Hörsälen geschrieben, Tulla-HS und Benz-HS. Dieser hängt von der Nummer des Tutoriums ab, in welchem Sie angemeldet sind.

| Tutorium | Hörsaal |
|---|---|
| 1 | Tulla |
| 2 | Benz |
| 3 | Benz |
| 4 | Benz |
| 5 | Tulla |
| 6 | Tulla |
| 7 | Benz |
| 8 | Benz |
| 9 | Tulla |
| 10 | Benz |
| 11 | Benz |
| 12 | Tulla |
| 13 | Benz |

Einzelheiten erfahren Sie auch im Tutorium.
Die Saalübung am 4. Februar findet im Tulla-HS von 14:00 - 15:30 statt.