

Analysis I

14. Übungsblatt

Abgabe: bis Freitag, den 11.02.2011, 13:00 Uhr.

Aufgabe 53 (K)

Untersuchen Sie jeweils, ob eine der Regeln von de l'Hospital anwendbar ist, und berechnen Sie den Grenzwert, falls er existiert.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \log x}, & \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos(1/x)}{\sin x}, \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1 + x \sin x}{\sqrt{1 - x^2} + x^2 - 1}, & \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x \sin x}. \end{array}$$

Aufgabe 54 (K)

Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz, und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \int_1^{\infty} \frac{x\sqrt{x}}{(2x-1)^2} dx, & \text{b)} \quad \int_2^{\infty} \frac{1}{x(\log x)^2} dx, \\ \text{c)} \quad \int_0^{\infty} \frac{y}{\sinh y - y} dy, & \text{d)} \quad \int_0^{\infty} e^{sx} \cos(tx) dx \quad (s < 0, t \in \mathbb{R}). \end{array}$$

Aufgabe 55

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ konvergiert die Reihe

$$\sum_{n \geq 2} \frac{1}{n(\log n)^\alpha} ?$$

Hinweis: Integralkriterium für unendliche Reihen

Aufgabe 56

Es seien $\alpha, \beta, y_0 > 0$ und $\varrho > 1$. Lösen Sie das **bernoulli'sche Anfangswertproblem**

$$y'(x) = \alpha y(x) + \beta y(x)^\varrho, \quad y(0) = y_0.$$

Hinweis: Substituieren Sie zunächst $z = y^{1-\varrho}$. Auf welchem Intervall $I \subset \mathbb{R}$ ist Ihre Lösung definiert?

Hinweis für Physik, Bachelor, NEUE PRÜFUNGSORDNUNG: Analysis 1 Bachelor-Modul-Prüfung, Prüf.-Nr. 206

Für diese Studierenden ist die Analysis-1-Prüfung eine Zusatzleistung. Sie können sich NICHT online über das Studierendenportal für diese Prüfung anmelden. Anmeldung erfolgt persönlich beim zuständigen Sachbearbeiter des Studienbüros, der dann die Daten ins System einpflegt. Erst dann ist der Studierende angemeldet!

Diese Information ersetzt die von Übungsblatt 11.