

Analysis I

1. Übungsblatt

Abgabe: bis Donnerstag, den 27.10.2011, 11.30 Uhr.

Aufgabe 1

Geben Sie ein Intervall H und Intervalle $I, J \subseteq \mathbb{R}$ mit den jeweiligen Eigenschaften an:

- (a) H besitzt ein Minimum und kein Supremum.
- (b) H besitzt ein Maximum und ein Infimum, welches kein Minimum ist.
- (c) $I \setminus J = \{-1, 6\}$.
- (d) $(I \cap J)^c = (-\infty, 2] \cup (5, \infty)$. (*Hinweis: Für $A \subseteq \mathbb{R}$ ist $A^c := \{x \in \mathbb{R} : x \notin A\}$.)*)
- (e) $\sup(I \cap J) = \inf(I) \cdot \inf(J)$ und $I \cap J \neq \emptyset$.

Aufgabe 2 (K)

(a) Zeigen Sie, dass die beiden folgenden Teilmengen von \mathbb{R} gleich sind.

$$A_1 := \left\{ x \in (-1, \infty) : 0 < \frac{x^2 - 3x - 4}{5x + 5} < 1 \right\} \quad A_2 := \{x \in \mathbb{R} : |x - 6| < 3 \text{ und } x > 4\}$$

(b) Überprüfen Sie ob die folgenden beiden Mengen ein Infimum, Supremum, Minimum bzw. Maximum besitzen und bestimmen Sie gegebenenfalls deren Werte.

$$B_1 := \{x^2 - 7 : x \in (-3, 5)\} \quad B_2 := \left\{ (-2n)^3 + \frac{n}{n-1} : n \in \mathbb{N} \setminus \{1\} \right\}$$

Aufgabe 3 (K)

Es sei $\emptyset \neq A \subseteq \mathbb{R}$ nach unten beschränkt mit $\inf A > 0$ und $B := \{b \in \mathbb{R} : \frac{1}{b} \in A\}$. Zeigen Sie, daß B nach oben beschränkt ist mit $\sup B = \frac{1}{\inf A}$.

Aufgabe 4

Sei $\emptyset \neq A \subseteq \mathbb{R}$ nach oben und nach unten beschränkt.

- (a) Zeigen Sie, dass es ein abgeschlossenes Intervall $J \subseteq \mathbb{R}$ gibt, mit der Eigenschaft, dass $A \subseteq J$.
- (b) Wir definieren zusätzlich folgende Menge aus Teilmengen von \mathbb{R} :

$$\mathcal{A} := \{I \subseteq \mathbb{R} \text{ abgeschlossenes Intervall} : A \subseteq I\}.$$

Zeigen Sie: Es existiert ein $J \in \mathcal{A}$ mit

$$\forall I \in \mathcal{A} : J \subseteq I.$$

Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann im Allianzgebäude (3. Stock, gegenüber vom Fahrstuhl) abgeholt oder von der Webseite

<http://www.math.kit.edu/iana3/lehre/ana12011w/de>

heruntergeladen werden. Auf jedem Übungsblatt befinden sich 2 K-Aufgaben, die zur Korrektur abgegeben werden können. Die bearbeiteten Aufgaben müssen zur Abgabe in die Abgabekästen im 3. Stock des Allianzgebäudes (vom Fahrstuhl geradeaus auf der linken Seite, neben Raum 3A-03) geworfen werden. Der späteste Abgabetermin ist dem jeweiligen Übungsblatt zu entnehmen. In der Regel ist dies um 11:30 Uhr am Donnerstag der folgenden Woche nach Auslage des jeweiligen Übungsblattes. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter sowie die Bereitstellung von Lösungsvorschlägen erfolgt in den Tutorien. Zusätzlich werden Lösungsvorschläge für die jeweiligen Übungsblätter auf der oben genannten Website zum Download bereitgestellt.

Zugang zum Allianzgebäude

Bitte beachten Sie die besondere Zugangsregelung für das Allianzgebäude, Sie müssen hierfür einmalig Ihre FriCard am Kartengerät am Haupteingang freischalten lassen und erhalten ab dem nächsten Tag Zugang mithilfe der freigeschalteten FriCard.

Übungsschein

Jede **K**-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer

- a) auf den ersten 7 Übungsblättern mindestens 50% der möglichen Punkte erzielt und
- b) auf den zweiten 7 Übungsblättern mindestens 50% der möglichen Punkte erzielt.

Der Übungsschein wird in der Regel nicht benotet. Damit der Übungsschein korrekt verbucht werden kann, müssen Sie sich im Laufe des Semesters im QISPOS für den Schein anmelden (unabhängig von der Anmeldung zum Tutorium).

Der Übungsschein kann Anfang der Vorlesungszeit des Sommersemesters im Sekretariat des Lehrstuhls von Prof. Dr. Lutz Weis bei Frau Katz abgeholt werden.

Tutorien

Die Tutorien finden ab dem 24.10.2011 statt. Die Anmeldung zu den Tutorien wird über WebInScribe abgewickelt, dessen Ablauf Sie dem entsprechenden Merkblatt entnehmen, welches Sie in der ersten Vorlesung am 18.10.2011 erhalten haben und auf der oben genannten Website als PDF herunterladen können.

Literatur

- Apostol, *Mathematical Analysis. A Modern Approach to Advanced Calculus*. 2nd ed., Addison-Wesley (1974).
Endl/Luh, *Analysis, Band 1*. 9. Auflage, AULA (1989).
Forster, *Analysis 1*. 7. Auflage, Vieweg-Verlag (2004).
Heuser, *Lehrbuch der Analysis. Teil 1*. 15. Auflage, Teubner-Verlag (2006).
Königsberger, *Analysis 1*. 5. Auflage, Springer-Verlag (2001).
Rudin, *Analysis*. 4. Auflage, Oldenbourg-Verlag (2008).
Walter, *Analysis 1*. 7. Auflage, Springer-Verlag (2007).