

## Analysis I

### 7. Übungsblatt

Abgabe: bis Donnerstag, den 08.12.2011, 11.30 Uhr.

#### Aufgabe 25

Geben Sie ein Beispiel an, für

- (a) eine bijektive Abbildung  $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  so, dass die zugehörige Umordnung  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}} := (a_{\varphi(n)})_{n \in \mathbb{N}}$  von  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , definiert durch  $a_n := \frac{5}{n}$ , die Eigenschaft  $b_k < b_{2k}$  für  $k \in \{1, \dots, 5\}$  besitzt.
- (b) eine beschränkte Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und eine unbeschränkte Folge  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  so, dass  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  divergiert.
- (c) zwei ungleiche Reihen  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  und  $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$  deren Cauchyprodukt divergiert.
- (d) eine Potenzreihe mit Konvergenzradius  $r = 0$ .
- (e) eine Potenzreihe mit Konvergenzradius  $r = 5$ .

#### Aufgabe 26 (K)

Es seien  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ , definiert durch  $a_n := 3^{-n}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ , definiert durch  $b_n := 4^{-n}$ .

- (a) Berechnen Sie den Reihenwert von  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n b_n$ .
- (b) Berechnen Sie das Cauchyprodukt von  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  und  $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ .

#### Aufgabe 27 (K)

Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$  in denen die Potenzreihe konvergiert, bzw. absolut konvergiert.

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-3} x^n$ , (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} x^n$
- (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2+(-1)^n)^n}$ , (d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n} x^{3n}$ ,
- (e)  $\sum_{n=0}^{\infty} x^{n!}$ , (f)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n \sqrt{n} x^n}{\sqrt{n^2+1}}$

## Aufgabe 28

Es sei  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  definiert durch  $a_n := \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n+1}}$ . Zeigen Sie:

- (a) Die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  konvergiert.
- (b) Das Cauchyprodukt von  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  mit sich selbst ist divergent.

Warum ist Satz 13.5 der Vorlesung nicht anwendbar?

**Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Ihren Namen, Matrikelnummer, den Namen des Tutors und die Nummer des Tutoriums. Falls Sie mehrere Blätter abgeben, tackern Sie Diese bitte zusammen.**