Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Dr. Christoph Schmoeger
Dipl.-Math. Andreas Bolleyer

WS 2011/2012
14.12.2011

1. Test zur Vorlesung Analysis I

Name:

Matrikelnummer:

Studiengang:

Semester:

Tutoriumsnummer:

Hinweise:

a) Dieser Test enthält 3 Aufgaben. Bitte überprüfen Sie, ob Sie alle Aufgaben erhalten haben.

b) Bitte füllen Sie den oberen Teil dieses Deckblattes komplett aus. Falls Sie zusätzliche Blätter abgeben wollen, schreiben Sie bitte auf jedes solche Ihren Namen.

c) Zur Bearbeitung des Tests haben Sie 60 Minuten Zeit. Außer Schreibutensilien sind keine Hilfsmittel erlaubt. Lesen Sie die Aufgabenstellung genau durch, bevor Sie eine Aufgabe bearbeiten. Achten Sie besonders auf eine mathematisch korrekte Formulierung Ihrer Lösung.

d) Es können maximal 10 Punkte erreicht werden. Die in diesem Test erzielten Punkte werden zu Ihrem Punktekonto der Übungsblätter 1-7 addiert.

Wird vom Korrektor ausgefüllt:

1	2	3	Σ

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Es sei $s \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ die geometrische Summenformel

$$\sum_{k=0}^{n} s^k = \frac{1 - s^{n+1}}{1 - s}$$

gilt.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definiert durch

$$a_n := (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n+2}\right)^{2n+4}.$$

Bestimmen Sie $H(a_n)$ und geben Sie $\liminf\limits_{n\to\infty} a_n$ und $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n$ an.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

(a) Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definiert durch

$$a_n := \left(\frac{3n+2}{2n}\right)^n.$$

Zeigen Sie, dass $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ divergiert. (2 Punkte)

(b) Es sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definiert durch

$$b_n := \frac{(2n)!}{(3n)!}.$$

Zeigen Sie, dass $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergiert. (2 Punkte)