

2. Test zur Vorlesung Analysis I

Name:

Matrikelnummer:

Studiengang:

Semester:

Tutoriumsnummer:

Hinweise:

- a) Dieser Test enthält 3 Aufgaben. Bitte überprüfen Sie, ob Sie alle Aufgaben erhalten haben.
 - b) Bitte füllen Sie den oberen Teil dieses Deckblattes komplett aus. Falls Sie zusätzliche Blätter abgeben wollen, schreiben Sie bitte auf jedes solche Ihren Namen.
 - c) Zur Bearbeitung des Tests haben Sie 60 Minuten Zeit. Außer Schreibutensilien sind keine Hilfsmittel erlaubt. Lesen Sie die Aufgabenstellung genau durch, bevor Sie eine Aufgabe bearbeiten. Achten Sie besonders auf eine mathematisch korrekte Formulierung Ihrer Lösung.
 - d) Es können maximal 9 Punkte erreicht werden. Die in diesem Test erzielten Punkte werden zu Ihrem Punktekonto der Übungsblätter 8-14 addiert.
-

Wird vom Korrektor ausgefüllt:

1	2	3	Σ

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitungen folgender differenzierbarer Funktionen und vereinfachen Sie die auftretenden Ausdrücke soweit wie möglich.

$$g : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) := \frac{4 + x^2}{\sqrt{4 - x^2}} \quad (1,5 \text{ Punkte})$$

$$h : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) := (2x)^{\log(x)} \quad (1,5 \text{ Punkte})$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

(a) Es sei $\epsilon \in (0, \frac{\pi}{2})$. Berechnen Sie $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{-\frac{\pi}{2} + \epsilon}^{\frac{\pi}{2} - \epsilon} \tan(x) \, dx$. (1,5 Punkte)

(b) Es sei $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) := \sin(\sqrt{x})$. Bestimmen Sie eine Stammfunktion von f auf $(0, \infty)$. (1,5 Punkte)

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} \frac{\sinh(x)}{x}, & x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ 1, & x = 0 \end{cases}.$$

(a) Zeigen Sie, dass $f \in C^\infty(\mathbb{R})$. (2 Punkte)

(b) Bestimmen Sie $f^{(n)}(0)$ für jedes $n \in \mathbb{N}_0$. (1 Punkt)