

11. Übungsblatt
zur Vorlesung Analysis II im SS17
Abgabe bis 13.07.2017, 12:00

Aufgabe 41 (I) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der linearen Differentialgleichungen

(a) $y' = 3y + e^x \sin(x)$,

(b) $y' = -2xy + xe^{-x^2}$.

(II) Berechnen Sie jeweils die Lösung mit maximalem Definitionsbereich der Differentialgleichung mit getrennten Veränderlichen zum angegebenen Anfangswert.

(c) $y' = -\frac{x^2}{y^3}$,
 $y(0) = 1$,

(d) $y' = \frac{1 + y^2}{(1 + x^2)y}$,
 $y(1) = 4$.

Aufgabe 42 (K) Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme auf geeigneten Intervallen.

(a) $y' + y \cos(x) = \sin(x) \cos(x)$,
 $y(0) = 1$,
(c) $x^3 y' + (2 - 3x^2)y = x^3$, ($x > 0$),
 $y(1) = 1$,

(b) $y' = e^{2x} \sqrt{1 + \frac{1}{y^2}}$,
 $y(0) = 2$,
(d) $y' = \exp(x - y - e^y)$,
 $y(1) = 0$.

Aufgabe 43 (K) Es sei $f : [a, b] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig, und für jedes $x \in [a, b]$ sei $f(x, \cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $y \mapsto f(x, y)$ monoton fallend. Zeigen Sie: Sind $y_1 : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ und $y_2 : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ Lösungen des Anfangswertproblems

$$y' = f(x, y), \quad y(a) = y_0,$$

dann gilt $y_1 = y_2$.

Hinweis: Betrachten Sie die Funktion $g := \frac{1}{2}(y_1 - y_2)^2$.

Aufgabe 44 Seien $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion, $J \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall und $y : J \rightarrow \mathbb{R}$ eine Lösung der autonomen Differentialgleichung $y' = f(y)$.

(a) Sei $f \in C^n(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ für ein $n \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie, dass $y \in C^{n+1}(J, \mathbb{R})$.

(b) Für ein $t_0 \in J$ gelte $y(t_0) > 0$ und f erfülle $f(0) > 0$. Zeigen Sie, dass $y(t) > 0$ für alle $t \in J$ mit $t \geq t_0$.

(c) Zeigen Sie, dass y monoton ist.

Die Anmeldung zum Analysis II Übungsschein ist ab sofort für alle Studierenden freigeschaltet.

Der **Anmeldezeitraum** endet am **28.07.2017**.

Die Termine für die nächsten Klausuren zu Analysis I und Analysis II sind

Analysis I : 28.09.2017, 8 – 10 Uhr,
Analysis II : 28.09.2017, 11 – 13 Uhr.

Anmeldeschluss für diese Klausuren: **13.09.2017**.

Sommerfest der Fakultät

Am Freitag den 14.07.2017 findet das traditionelle Sommerfest der Fakultät für Mathematik statt. Alle Mitglieder der Fakultät (zu denen Sie zählen) sind herzlich eingeladen, Gäste sind willkommen.

Um 18:00 Uhr beginnt das Fußballturnier zwischen den vier Instituts-Mannschaften auf dem Fußballplatz des Sportinstituts. Danach stehen beim Tennishaus des Sportinstituts Grills bereit, auf denen selbst mitgebrachtes Grillgut zubereitet werden kann. Getränke und Brot werden gestellt. Ab 21:00 spielt die MATH Faculty Gang.