KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE
Fakultät für Mathematik
Dr. Christoph Schmoeger
Dipl.-Math. Lars Machinek

27.07.2017

Analysis II
SS17

14. Übungsblatt

zur Vorlesung Analysis II im SS17

Keine Abgabe

Aufgabe 53 Berechnen Sie die allgemeinen Lösungen folgenden Differentialgleichungen

(a) $y'''(x) - y'(x) = 3 + 2 + x^2$

(b) $y''(x) - 4y(x) = x\mathrm{e}^{2x}$

(c) $y'''(x) - 4y''(x) + 3y'(x) = 2\cos(x) + 4\sin(x)$.

(d) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y''(x) - 3y'(x) = x\mathrm{e}^{x} + \sin(3x), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

Aufgabe 54 Es sei $n, m \in \mathbb{N}$ und $A_0, \ldots, A_{n-1}$ Abbildungen vom Typ $I \to \mathbb{R}^{m\times m}$. Schreiben Sie die explizite homogene lineare Differentialgleichung n-ter Ordnung

$$y^{(n)}(x) + A_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \ldots + A_1(x)y' + A_0(x)y = 0$$

für für eine Funktion $y : I \to \mathbb{R}^m$ um in ein System von $n \cdot m$ Differentialgleichungen 1. Ordnung.

Aufgabe 55 Die homogene lineare Differentialgleichung n-ter mit konstanten Koeffizienten

$$y^{(n)}(x) + a_{n-1}y^{(n-1)}(x) + \ldots a_1 y'(x) + a_0 y = 0 \tag{H}$$

lässt sich umschreiben als System von linearen Differentialgleichungen erster Ordnung $z'(x) = Az(x)$, wobei

$$z(x) = \begin{pmatrix} y(x) \\ y'(x) \\ \vdots \\ y^{(n-1)}(x) \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ldots & \ldots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \ldots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

Sei $\lambda \in \mathbb{C}$ ein Eigenwert von A. Zeigen Sie, dass λ die geometrische Vielfachheit 1 hat und bestimmen Sie einen Eigenvektor zu λ. Was ist die zugehörige Fundamentallösung von $z'(x) = Az(x)$ und welche Lösung von (H) können wir hieraus ableiten.

Die Termine für die nächsten Klausuren zu Analysis I und Analysis II sind

Analysis I : 28.09.2017, 8 – 10 Uhr,
Analysis II : 28.09.2017, 11 – 13 Uhr.

Anmeldeschluss für diese Klausuren: **13.09.2017**.