

9. Übungsblatt

zur Vorlesung Analysis II im SS17
Abgabe bis 29.06.2017, 12:00

Aufgabe 33 (a) Geben Sie ein Beispiel für ein Gebiet $\emptyset \neq G \subseteq \mathbb{R}^n$ an welches nicht sternförmig ist und eine Funktion $f : G \rightarrow \mathbb{R}^n$ die auf G eine Stammfunktion besitzt.

(b) Zeigen Sie, dass die Menge $G = \mathbb{R}^2 \setminus ((0, \infty) \times \{0\})$ ein sternförmiges Gebiet ist.

(c) Geben Sie die Negation der Aussage „Die Menge M ist sternförmig“ an und zeigen Sie, dass die Sphäre $S = \{v \in \mathbb{R}^n \mid \|v\| = 5\}$ und die Menge $P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$ nicht sternförmig sind.

Aufgabe 34 (K) Überprüfen Sie jeweils ob $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ auf D eine Stammfunktion besitzt und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

(a) $D = \mathbb{R}^2$ und $f(x, y) = \begin{pmatrix} e^y + \cos(x) \cos(y) \\ xe^y - \sin(x) \sin(y) \end{pmatrix}$, (b) $D = \mathbb{R}^3$ und $f(x, y, z) = \begin{pmatrix} y^2 + 2xyz^3 \\ 2y + x^2z^3 \\ y^2 + 3x^2yz^2 \end{pmatrix}$,

(c) $D = \mathbb{R}^3$ und $f(x, y, z) = \begin{pmatrix} y^2 + 2xz \\ z^2 + 2xy \\ x^2 + 2yz \end{pmatrix}$, (d) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z > 0 \text{ und } \|(x, y, z)\| > 5\}$
 sowie $f(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2y \\ ze^x \\ xy \log(z) \end{pmatrix}$.

Aufgabe 35 Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und $D \subseteq \mathbb{R}^n$ offen sowie $f \in C([a, b] \times D, \mathbb{R})$. Wir betrachten $F : D \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$F(x) = \int_a^b f(t, x) dt.$$

Weiter existiere die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x_j}$ und sei stetig, es gelte also $\frac{\partial f}{\partial x_j} \in C([a, b] \times D, \mathbb{R})$. Zeigen Sie: F ist nach der Variable x_j differenzierbar mit Ableitung

$$\frac{\partial F}{\partial x_j}(x) = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial x_j}(t, x) dt \quad \text{für alle } x \in D.$$

Aufgabe 36 (K) (a) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

(i) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^k}$, (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n+i}{n-2in} \right)^n$,
 (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+i)(n+i+1)}$, (iv) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k-i\sqrt{k}}$.

(b) Berechnen Sie jeweils den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen.

(i) $\sum_{k=0}^{\infty} (7k^5 + 3k^2 + 1)z^k$, (ii) $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1+i}{2} \right)^k 3^{(-1)^k} z^{3k}$.

Information

Die Anmeldung zum Analysis II Übungsschein ist ab sofort für alle Studierenden freigeschaltet.

Der **Anmeldezeitraum** endet am **28.07.2017**.

Die Termine für die nächsten Klausuren zu Analysis I und Analysis II sind

Analysis I : 28.09.2017, 8 – 10 Uhr,
Analysis II : 28.09.2017, 11 – 13 Uhr.

Anmeldeschluss für diese Klausuren: **13.09.2017**.