

3. Übungsblatt

Stochastische Differentialgleichungen

Im folgenden sei B_t eine Brownsche Bewegung.

Aufgabe 9

Verwenden Sie die Ito-Isometrie, um die Varianzen von

$$\int_0^t |B_s|^{\frac{1}{2}} dB_s \text{ und } \int_0^t (B_s + s)^2 dB_s$$

zu bestimmen.

Aufgabe 10

Es sei $f \in C[0, T]$. Dann ist der Prozess, der durch

$$X_t = \int_0^t f(s) dB_s \quad t \in [0, T]$$

definiert ist, ein Gaußscher Prozeß mit unabhängigen Zuwächsen und mit Kovarianzfunktion

$$\text{Cov}(X_s, X_t) = \int_0^{s \wedge t} f^2(u) du.$$

Aufgabe 11

(Jensensche Ungleichung). Es sei $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion. Dann gilt

$$\varphi(E(X)) \leq E(\varphi(X)).$$