

HÖHERE MATHEMATIK FÜR DIE FACHRICHTUNG PHYSIK

12. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 67 (ÜBUNG)

Bestimmen Sie die maximale Lösung des folgenden Anfangswertproblems.

$$y'(x) = xe^{-x}y^2(x), \quad y(0) = 1.$$

AUFGABE 68 (TUTORIUM)

Bestimmen Sie die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y'(x) = e^{y(x)} \sin(x), \quad y(0) = -\log(3),$

b) $y'(x) = -\frac{x^2}{y^3(x)}, \quad y(0) = \sqrt{2}.$

AUFGABE 69 (ÜBUNG)

Seien $\gamma, \omega_0 > 0$ mit $\omega_0 > \gamma$. Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems.

$$y''(x) + 2\gamma y'(x) + \omega_0^2 y(x) = \sin(\omega_0 x), \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

AUFGABE 70 (TUTORIUM)

Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertprobleme

a) $y''(x) + 2y'(x) + y(x) = e^{2x}, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0,$

b) $y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = e^x \cos(x), \quad y(\pi/2) = 0, y'(\pi/2) = 0.$

AUFGABE 71 (ÜBUNG)

a) Untersuchen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+3)e^{nx}$$

konvergiert. Bestimmen Sie für diese x den Wert der Reihe.

b) Berechnen Sie, falls existent, den Wert des Integrals

$$\int_0^1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + x^2} dx$$

AUFGABE 72 (TUTORIUM)

Für $n \in \mathbb{N}$ seien die Funktionen $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f_n(x) = \frac{2nx^2}{(1 + n^3x^2)^2}.$$

Zeigen Sie, dass die Funktionenfolge (f_n) gleichmäßig konvergiert und berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) \, dx$.