

6. Übungsblatt

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 29.05.2008, 11.30 Uhr, neben Raum 305

Aufgabe 21

Die Funktionen $f, g, h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ seien gegeben durch

$$f(x, y) := (x^2, y^2), \quad g(x, y) := (\sin(xy), e^{x+y}), \quad h(x, y) := (e^x \cos y, \sinh x).$$

Berechnen Sie die Ableitungen von f , g und h , und ermitteln Sie dann mit Hilfe der Kettenregel die Ableitungen der Funktionen $g \circ f$ und $h \circ g$.

Aufgabe 22 (K)

a) Die Funktion $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei gegeben durch

$$f(x_1, x_2, y_1, y_2) := \begin{pmatrix} \cos x_1 + x_2 - y_1^2 - y_2^2 \\ x_1 - \sin(\pi x_2) - y_1^2 + y_2^2 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, daß durch die Gleichung $f(x_1, x_2, y_1, y_2) = (0, 0)$ in einer gewissen Umgebung U von $(0, 1)$ eine Funktion g mit $g(0, 1) = (1, 1)$ und

$$f(x_1, x_2, g(x_1, x_2)) = (0, 0) \quad \text{für alle } (x_1, x_2) \in U$$

implizit definiert wird, und berechnen Sie die Ableitung $g'(0, 1)$.

b) Zeigen Sie, daß die Gleichung

$$z^3 + 2z^2 - 3xyz + x^3 - y^3 = 0$$

in einer Umgebung von $(0, 0, -2)$ nach z aufgelöst werden kann. Berechnen Sie für die dadurch implizit definierte Funktion $g(x, y)$ die Ableitung $g'(x, y)$.

Aufgabe 23

Betrachten Sie die beiden Gleichungen

$$x^2 + y^2 - u^2 + v^2 = 0 \quad \text{und} \quad x^2 + 2y^2 - 3u^2 + 4v^2 = 1.$$

- Zeigen Sie: Durch diese Gleichungen werden in einer Umgebung des Punktes $(0, 0)$ zwei C^2 -Funktionen $u(x, y)$ und $v(x, y)$ mit $u(0, 0) = v(0, 0) = 1$ implizit definiert.
- Berechnen Sie sämtliche partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung dieser Funktionen im Punkt $(0, 0)$.

Aufgabe 24 (K)

- Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei gegeben durch

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} \cosh(x) \cos(y) \\ \sinh(x) \sin(y) \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie: Es gibt eine Umgebung U von $(\log 2, \frac{\pi}{2})$ und eine Umgebung V von $(0, \frac{3}{4})$ so, daß U durch die Funktion f bijektiv auf V abgebildet wird. Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion $(f|_U)^{-1}$ in $(0, \frac{3}{4})$.

- Die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei definiert durch $g(x, y) := (x + y, x^2)$. Bestimmen Sie alle Punkte, zu denen eine Umgebung existiert, auf der g injektiv ist, und geben Sie die Umkehrabbildung jeweils konkret an.

Prüfungsankündigung

im Fach ANALYSIS

- Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Herbst 2008:

Termin der obigen Prüfung:

- Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:**
Dienstag, 16. September 2008, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2).

Anmeldungen:

- Informatiker, Physiker und Lehramtskandidaten in Zimmer 305 (Fr. Ewald, Fr. Schreiber-Schmoeger) (Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt (im Studienbüro, Gebäude 10.12) mitzubringen!)

Anmeldeschluss:

- Mittwoch, 30. Juli 2008**

Hörsaaleinteilung:

- Die Hörsaaleinteilung wird rechtzeitig bekannt gegeben!