UNIVERSITÄT KARLSRUHE
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Dr. Christoph Schmoeger
Dipl. Math. Alexander Ullmann

SS 2008
17.07.2008

14. Übungsblatt

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

— keine Abgabe —

Aufgabe 53

Es sei $p : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ eine Polynomfunktion und $\varepsilon > 0$ beliebig. Zeigen Sie, dass die Funktion p von exponentieller Ordnung ε ist.

Aufgabe 54

Berechnen Sie jeweils die Laplacetransformierte $\mathscr{L}[f]$ der Funktion $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$.

a) $f(t) = e^{at}(t^2 + bt + c) \quad (a, b, c \in \mathbb{R})$

b) $f(t) = \sinh^2(\omega t) \quad (\omega \in \mathbb{R})$

c) $f(t) = \begin{cases} t/5\,, & t \in [0,5] \\ 6 - t\,, & t > 5 \end{cases}$

d) $f(t) = \begin{cases} e^{t-1}\sin(t-1)\,, & t \geqslant 1 \\ 0\,, & t \in [0,1) \end{cases}$

Aufgabe 55

Bestimmen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation Lösungen der folgenden Probleme:

a) $y'' + 4y' + 3y = 12\,, \quad y(0) = 7\,, \quad y'(0) = 1$

b) $y'' + 2y' + y = 6te^{-t}\,, \quad y(0) = 6\,, \quad y(1) = 13/e$

c) $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = 10\cos t\,, \quad y(0) = y'(0) = 0\,, \quad y''(0) = 3$

Aufgabe 56

Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation das folgende Anfangswertproblem:

$$u' = u + v\,, \quad v' = -2u + 3v\,, \qquad u(0) = 1\,, \quad v(0) = 0\,.$$

Tabelle zur Laplacetransformation

f	$\mathscr{L}[f]$	f	$\mathscr{L}[f]$
1	$\frac{1}{s}$	$e^{bt}\sinh(at)$	$\frac{a}{(s-b)^2-a^2}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$e^{bt}\cosh at$	$\frac{s-b}{(s-b)^2-a^2}$
$t^n, \quad n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$t\sin(at)$	$\frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$t\cos(at)$	$\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$
$\frac{t^{n-1}e^{at}}{(n-1)!}, \quad n \in \mathbb{N}$	$\frac{1}{(s-a)^n}$	$f'(t)$	$sF(s) - f(0)$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$	$f^{(n)}(t) \quad n \in \mathbb{N}$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - \cdots - f^{(n-1)}(0)$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\int_0^t f(u)du$	$\frac{F(s)}{s}$
$e^{bt}\sin(at)$	$\frac{a}{(s-b)^2+a^2}$	$\int_0^t f_1(u)f_2(t-u)du$	$F_1(s) \cdot F_2(s)$
$e^{bt}\cos(at)$	$\frac{s-b}{(s-b)^2+a^2}$	$e^{-at}f(t)$	$F(s+a)$
$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$	$\frac{1}{a}f\left(\frac{t}{a}\right), \quad a > 0$	$F(as)$
$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$	$af_1(t) + bf_2(t)$	$aF_1(s) + bF_2(s)$

Anmeldeschluss für die Herbstklausuren: Mittwoch, 30. Juli 2008

Viel Glück für die Klausuren und alles Gute für das weitere Studium!