Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität • gegründet 1825
Institut für Angewandte und Numerische Mathematik

Mathematik II für die Fachrichtung Informationswirtschaft
Sommersemester 2009

PD Dr. Nicolas Neuß, Dipl.-Math. Wolfgang Müller

5. Übungsblatt 25. Mai 2009

Aufgabe 1: (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Reihenwerte:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{5 \cdot 3^n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3}\right) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(4i)^{n+1}}$$

Aufgabe 2: (3 Punkte) Beweisen Sie das Leibniz-Kriterium:
Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine monoton fallende Nullfolge. Dann konvergiert die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n \; .$$

Hinweis: Der Beweis ist analog zum Beweis der Konvergenz der Leibniz-Reihe aus der Vorlesung.

Aufgabe 3: (4 Punkte) Untersuchen Sie mit Hilfe der Konvergenzkriterien die nachfolgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\binom{4n}{3n}} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (1 - n^{1/n})^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[n]{n}}{n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\frac{\pi}{4} n)}{n}$$

Aufgabe 4: (3 Punkte) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(-n)^n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}, \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{2^{2n}},$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3n + (-1)^n}, \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}, \qquad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{2n+3}}.$$

Aufgabe 5: (3 Punkte) Gegeben seien die beiden Reihen $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ und $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ mit

$$a_n = b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+1}} , \qquad n \in \mathbb{N}_0 .$$

a) Zeigen Sie, dass $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ bedingt konvergent, aber nicht absolut konvergent ist.

b) Beweisen Sie, dass das Cauchy-Produkt von $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ und $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ divergent ist.

Aufgabe 6: (4 Punkte) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die die folgenden Reihen konvergieren:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^n}{2n} , \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{1+x^{2n}} ,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} (x-1)^{5n} , \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1+\frac{1}{n})^n (x-1)^n .$$

Website zur Vorlesung: *http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/mi2inwi2009s*
Abgabe: Werfen Sie Ihre Löungen bis zum **08.06.2009**, **11.30 Uhr** in den Einwurfschlitz „Mathematik für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, Ihre Gruppe (A-D) und Ihre/n Tutor/-in.