Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität • gegründet 1825

Institut für Angewandte
und Numerische Mathematik

Mathematik II für die Fachrichtung Informationswirtschaft
Sommersemester 2009

PD Dr. Nicolas Neuß, Dipl.-Math. Wolfgang Müller

6. Übungsblatt 8. Juni 2009

Aufgabe 1: (4 Punkte) Es seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $c \neq 0$ und $n, m \in \mathbb{N}$. Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren und berechnen Sie diese gegebenenfalls:

$$\lim_{x \longrightarrow 1} \Big(\frac{1}{x-1} \big(\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3x+5} \big) \Big), \qquad \lim_{x \longrightarrow 1} \Big(\log(x^4 - 1) - \log(x^2 - 1) \Big),$$

$$\lim_{x \longrightarrow 0} \Big(\frac{1}{x} \big(\sqrt{1 + ax + bx^2} - 1 \big) \Big), \qquad \lim_{x \longrightarrow c} \frac{x^n - c^n}{x^m - c^m},$$

Aufgabe 2: (3 Punkte) Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 + 4x + 3} & x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -3\}, \\ a & x = -1, \\ b & x = -3. \end{cases}$$

Können a und b so gewählt werden, dass f stetig auf $\mathbb{R}$ ist?

Aufgabe 3: (2 Punkte) Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m, \quad x \longmapsto Ax,$$

stetig bzgl. der Euklidschen Metrik ist. Bestimmen Sie dazu zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$, sodass

$$f(U_\delta(x_*)) \subset U_\varepsilon(f(x_*))$$

gilt.

Aufgabe 4: (4 Punkte) Geben Sie für jede der folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}$ an, ob sie offen, abgeschlossen, beides oder keins von beiden ist:

$$M_1 = \mathbb{R}, \qquad M_2 =]0,1[, \qquad M_3 = [0,2], \qquad M_4 =]0,3],$$

$$M_5 = \mathbb{Q}, \qquad M_6 = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}, \qquad M_7 = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\} \cup \{0\}, \qquad M_8 = \emptyset.$$

Aufgabe 5: (4 Bonuspunkte) Sei X ein metrischer Raum versehen mit der Metrik

$$d(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{für } x = y, \\ 0 & \text{für } x \neq y, \end{cases}.$$

Wann ist eine Folge in (X, d) konvergent? Was sind die offenen, abgeschlossenen und kompakten Teilmengen von X?

Website zur Vorlesung: *http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/mi2inwi2009s*
Abgabe: Werfen Sie Ihre Löungen bis zum **15.06.2009**, **11.30 Uhr** in den Einwurfschlitz „Mathematik für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, Ihre Gruppe (A-D) und Ihre/n Tutor/-in.