



Mathematik II für die Fachrichtung Informationswirtschaft Sommersemester 2009

PD Dr. Nicolas Neuß, Dipl.-Math. Wolfgang Müller

12. Übungsblatt

20. Juli 2009

Aufgabe 1: Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$. Es gilt $\int_1^2 f(x) dx = \ln 2 \approx 0.693147$. Zu $n \in \mathbb{N}$ sei nun $Z_n = \{x_0 = 1, x_1 = 1 + \frac{1}{n}, \dots, x_n = 1 + \frac{n}{n}\}$ eine Zerlegung des Intervalls $[0, 1]$. Berechnen Sie für $n = 1, 2, 3$ die Ober-, Unter-, und Riemannsummen sowie den entsprechenden Fehler. Für die Riemannsumme sollen die Intervallmittelpunkte als Zwischenstellen verwendet werden, für die Ober- bzw. Untersumme sind die Zwischenstelle im jeweiligen Intervall so zu wählen, dass die Funktion $f(x)$ für die Obersumme innerhalb des Flächen-Rechteckelementes bzw. für die Untersumme außerhalb verläuft.

Aufgabe 2: Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

a) $\int_1^2 x^3 \ln x dx$,

e) $\int_1^{\pi^2+1} \sin(\sqrt{x-1}) dx$,

b) $\int_0^\pi e^{2x} \cos x dx$,

f) $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$,

c) $\int_{-1}^1 x \arctan x dx$,

g) $\int_0^1 \sqrt{\frac{x}{2-x}} dx$,

d) $\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$,

h) $\int_0^{\sqrt{\frac{3}{2}}} \frac{1}{3+2x^2} dx$.

Aufgabe 3: Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale, sofern sie existieren:

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+e^x} dx$, b) $\int_0^\infty \frac{x}{(1+x)^3} dx$, c) $\int_0^1 (\ln x)^2 dx$, d) $\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$.

Aufgabe 4: Ebenso wie $\int_a^b f(x) dx$ die Fläche unter dem Graphen von f über dem Intervall $[a, b]$ berechnet, so berechnet das zweifache Integral

$$\int_{[a,b] \times [c,d]} f(x,y) dx dy := \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y) dy \right) dx$$

das Volumen unterhalb des Graphen von f über der Fläche $[a, b] \times [c, d] \subset \mathbb{R}^2$. Berechnen Sie dieses Doppelintegral für $f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$ und $a = c = -1, b = d = 1$.

Website zur Vorlesung: <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/mi2inwi2009s>

Keine Abgabe der Übungsaufgaben. Lösungen werden auf der Website zur Vorlesung ab dem 28. Juli 2009 veröffentlicht.