

Numerische Methoden für Differentialgleichungen

Wintersemester 2011/2012

8. Übungsblatt

Besprechung in den Übungen am 8. und 13. 12. 2011

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Verfahrenskoeffizienten

$$\alpha_0, \dots, \alpha_3 \text{ und } \beta_0, \dots, \beta_3$$

des impliziten BDF 3-Schrittverfahrens.

Aufgabe 2: (Ordnung von Mehrschrittverfahren)

Zeigen Sie:

- (a) Das k -Schritt BDF-Verfahren hat die Ordnung k .
- (b) Das k -Schritt explizite Adams-Verfahren hat die Ordnung k .

Aufgabe 3:

Seien $\alpha_0, \dots, \alpha_k$ und β_0, \dots, β_k die Verfahrenskoeffizienten eines k -Schritt Verfahrens. Die (teilerfremden) Polynome

$$\begin{aligned}\alpha(\xi) &= \alpha_k \xi^k + \alpha_{k-1} \xi^{k-1} + \dots + \alpha_0, \\ \beta(\xi) &= \beta_k \xi^k + \beta_{k-1} \xi^{k-1} + \dots + \beta_0\end{aligned}$$

werden als *charakteristische Polynome* eines Mehrschrittverfahrens bezeichnet.

- (a) Zeigen Sie, dass alle Zweischrittverfahren der Ordnung 2 durch die charakteristischen Polynome

$$\alpha(\xi) = (\xi - 1)(a(\xi - 1) + 1)$$

und

$$\beta(\xi) = (\xi - 1)^2 b + (\xi - 1)(a + 1/2) + 1$$

mit geeigneten Koeffizienten $a, b \in \mathbb{R}$ gegeben sind.

- (b) Zeigen Sie:

Die in (a) beschriebenen Verfahren sind genau dann stabil sind, wenn $a \geq \frac{1}{2}$.