

Numerische Methoden für Differentialgleichungen

Wintersemester 2011/2012

9. Übungsblatt

Besprechung in den Übungen am 15. und 20. 12. 2011

Aufgabe 1:

(a) Bestimmen Sie für $k = 2$ die Verfahrenskoeffizienten

$$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \text{ und } \beta_0, \beta_1, \beta_2$$

des impliziten Adams-Verfahren.

(b) Zeigen Sie, dass das implizite Adams-Verfahren aus Aufgabenteil (a) einen beschränkten Stabilitätsbereich hat.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie den folgenden Ansatz für ein lineares Dreischrittverfahren:

$$a(y_{n+3} + b(y_{n+2} - y_{n+1}) - y_n) = \frac{h}{2}(f_{n+2} + f_{n+1}).$$

(a) Für welche Werte von a und b wird die maximale Konsistenzordnung erreicht? Ist das Verfahren mit der höchsten Konsistenzordnung stabil?

(b) Geben Sie alle Werte von a und b an, für die das Verfahren konvergiert.

Aufgabe 3:

Beweisen Sie, dass die Funktion φ aus Abschnitt 5.5 (a) der Vorlesung, dem Einschub über Hilfsmittel aus der Funktionentheorie, durch

$$\varphi(x) = \frac{1}{1 - x_3}(x_1 + ix_2)$$

gegeben ist. Zeigen Sie, dass φ die Inverse

$$\varphi^{-1}(z_1 + iz_2) = \frac{1}{z_1^2 + z_2^2 + 1} \begin{pmatrix} 2z_1 \\ 2z_2 \\ z_1^2 + z_2^2 - 1 \end{pmatrix}$$

besitzt.