Aufgabe 3.4: Der Sinus Hyperbolikus und der Kosinus Hyperbolikus sind definiert durch

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \qquad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

a) Skizzieren Sie die Graphen der beiden Funktionen.

b) Zeigen Sie folgende Identitäten

$$\begin{aligned} \cosh^2 x - \sinh^2 x &= 1, \\ \cosh(x+y) &= \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y. \end{aligned}$$

c) Beweisen Sie, dass für die Umkehrfunktion zum sinh (dem Area Sinus Hyperbolikus, „arsinh“) gilt

$$\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}), \quad x \in \mathbb{R}.$$